# Представление целых

Основы информатики

**Компьютерные основы программирования**

**u.to/DbCmFA**

На основе **CMU** 15-213/18-243:
Introduction to Computer Systems

**u.to/XoKmFA**

Лекция 2, 10 февраля, 2023

Лектор:

Дмитрий Северов, кафедра информатики 608 КПМ

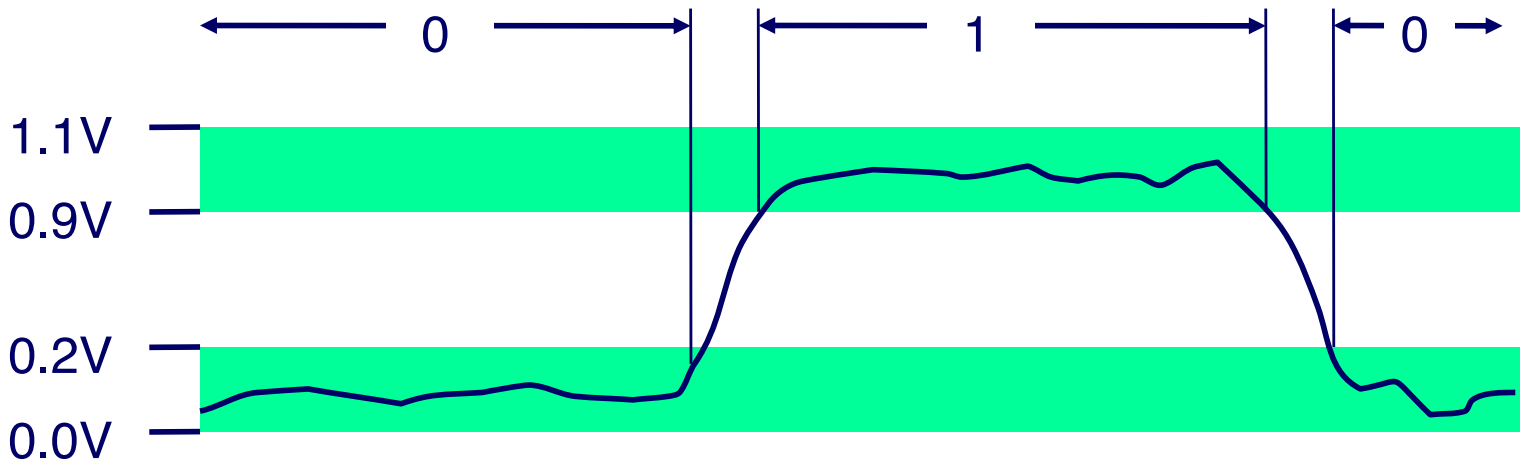
**cs.mipt.ru/wp/?page_id=346**

# Биты, байты и целые

- **Представление информации в битах**
- **Манипуляции на уровне бит**
- **Целые**
  - Представление: беззнаковое и знаковое
  - Преобразования
  - Расширение, сокращение
  - Сложение, отрицание, умножение, сдвиг
  - Сводка
- **Представление в памяти, указатели, строки**

# (почти) Всё есть биты

- **Каждый бит есть 0 или 1**
- **По разному кодируя/интерпретируя наборы бит**
  - Компьютеры определяют действия (инструкции)
  - … представляют,  и обрабатывают числа, множества, строки…
- **Почему биты?  Из-за электронной реализации**
  - Просто удерживать бистабильными элементами
  - Надёжно передаются по плохим и зашумленным проводникам



# Двоичный пример

- **Представление чисел в двоичной системе**
  - $15213_{10} = 11101101101101_2$
  - $1.20_{10} = 1.00110011001100110011[0011]\ldots_2$
  - $1.5213 \times 10^4 = 1.11011011011011_2 \times 2^{13}$

# Кодирование значений байта

- **Байт = 8 бит**
  - Двоичное от $00000000_2$ до $11111111_2$
  - Десятичное: от $0_{10}$ до $255_{10}$
  - Шестнадцатиричное от $00_{16}$ до $FF_{16}$
    - Представление 16 цифр
    - Используем символы от ‘0’ до ‘9’ и от ‘A’ до ‘F’
    - Запись $FA1D37B_{16}$ в Си как
      - 0xFA1D37B
      - 0xfa1d37b

| Шестнадцатиричное | Десятичное | Двоичное |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0000 |
| 1 | 1 | 0001 |
| 2 | 2 | 0010 |
| 3 | 3 | 0011 |
| 4 | 4 | 0100 |
| 5 | 5 | 0101 |
| 6 | 6 | 0110 |
| 7 | 7 | 0111 |
| 8 | 8 | 1000 |
| 9 | 9 | 1001 |
| A | 10 | 1010 |
| B | 11 | 1011 |
| C | 12 | 1100 |
| D | 13 | 1101 |
| E | 14 | 1110 |
| F | 15 | 1111 |

# Пример представления данных

| Тип даных языка C | 32-бит типично | 64-bit типично | x86-64 |
|---|---|---|---|
| `char` | 1 | 1 | 1 |
| `short` | 2 | 2 | 2 |
| `int` | 4 | 4 | 4 |
| `long` | 4 | 8 | 8 |
| указатель | 4 | 8 | 8 |

# Биты, байты и целые

- **Представление информации в битах**
- **Манипуляции на уровне бит**
- **Целые**
  - Представление: беззнаковое и знаковое
  - Преобразования
  - Расширение, сокращение
  - Сложение, отрицание, умножение, сдвиг
  - Сводка
- **Представление в памяти, указатели, строки**

# Булева алгебра

- **Предложена Джорджем Булем в XIX веке**
  - Алгебраическое представление одной из логик
    - Кодирует “Истина” как 1 и “Ложь” как 0

И (And)

- A&B = 1 когда оба A=1 and B=1

| & | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

ИЛИ (Or)

- A|B = 1 когда либо A=1, либо B=1

| \| | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

НЕ(Not)

- ~A = 1 when A=0

| ~ | |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Исключающее ИЛИ (Xor)

- A^B = 1 когда либо A=1, либо B=1, но не оба

| ^ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

# Обобщение булевой алгебры

- **Операции на битовых наборах (векторах)**
  - Операции выполняются побитово

```
   01101001     01101001     01101001
&  01010101   | 01010101   ^ 01010101   ~ 01010101
   --------     --------     --------     --------
   01000001     01111101     00111100     10101010
```

- **Применимы все выводы булевой алгебры**

# Представление и операции с множествами

- **Представление**
  - Вектор бит размером w представляет подмножество {0, …, w–1}
  - $a_j = 1$ если $j \in A$
    - 01101001 { 0, 3, 5, 6 }
    - *76543210*
    - 01010101 { 0, 2, 4, 6 }
    - *76543210*
- **Операции**

| | | | |
|---|---|---|---|
| & | Пересечение | 01000001 | { 0, 6 } |
| \| | Объединение | 01111101 | { 0, 2, 3, 4, 5, 6 } |
| ^ | Разность | 00111100 | { 2, 3, 4, 5 } |
| ~ | Дополнение | 10101010 | { 1, 3, 5, 7 } |

# Побитовые операции в языке Си

- **Операции `&`, `|`, `~`, `^` доступные в Си**
  - Применимы к любому “целостному” типу данных
    - `long, int, short, char, unsigned`
  - Аргументы рассматриваются как вектора битов
  - Каждый бит – независимый аргумент
- **Примеры (тип данных char)**
  - `~0x41 ⇒ 0xBE`
    - $\sim 01000001_2 \Rightarrow 10111110_2$
  - `~0x00 ⇒ 0xFF`
    - $\sim 00000000_2 \Rightarrow 11111111_2$
  - `0x69 & 0x55 ⇒ 0x41`
    - $01101001_2 \ \& \ 01010101_2 \Rightarrow 01000001_2$
  - `0x69 | 0x55 ⇒ 0x7D`
    - $01101001_2 \ | \ 01010101_2 \Rightarrow 01111101_2$

# Сравните: логические операции в C

- **Логические операторы**
  - `&&, ||, !`
    - 0 кодирует “False”
    - Всё, что не 0 кодирует “True”
    - Всегда выдаёт 0 или 1
    - Раннее завершение вычисления выражения
- **Примеры (тип данных char)**
  - `!0x41 ⇒ 0x00`
  - `!0x00 ⇒ 0x01`
  - `!!0x41 ⇒ 0x01`

  - `0x69 && 0x55 ⇒ 0x01`
  - `0x69 || 0x55 ⇒ 0x01`
  - `p && *p` (способ избежать обращения по нулевому указателю)

# Сравните: логические операции в С

- **Логические операторы**
  - &&, ||, !
    - 0 кодируется “False”
    - Всё, что не 0 считается “True”
    - Результат 0 или 1
- **Внимание!**
  **&& вместо & (и || вместо |)...**
  **одна из самых частых ошибок программирования на С**
  - 0x69 && 0x55 ⇒ 0x01
  - 0x69 || 0x55 ⇒ 0x01
  - p && *p (способ избежать обращения по нулевому указателю)

# Операции сдвига в Си

- **Сдвиг влево:** `x << y`
  - Сдвигает вектор битов x влево на y позиций
    - Вытолкнутые слева биты теряются
  - Заполняет нулями справа
- **Сдвиг вправо:** `x >> y`
  - Сдвигает вектор битов x вправо на y позиций
    - Вытолкнутые справа биты теряются
  - Логический сдвиг
    - Заполняет нулями справа
  - Арифметический сдвиг
    - Повторяет вправо наиболее значимый бит
- **Неопределённый результат**
  - Сдвиг на величину меньше 0 или больше размера слова

| | |
|---|---|
| **Аргумент x** | 01100010 |
| << 3 | 00010*000* |
| **Логич. >> 2** | *00*011000 |
| **Ариф. >> 2** | *00*011000 |

| | |
|---|---|
| **Аргумент x** | 10100010 |
| << 3 | 00010*000* |
| **Логич. >> 2** | *00*101000 |
| **Ариф. >> 2** | *11*101000 |

# Биты, байты и целые

- **Представление информации в битах**
- **Манипуляции на уровне бит**
- **Целые**
  - Представление: беззнаковое и знаковое
  - Преобразования
  - Расширение, сокращение
  - Сложение, отрицание, умножение, сдвиг
  - Сводка
- **Представление в памяти, указатели, строки**

# Кодирование целочисленных значений

**Беззнаковых**

$$B2U(X) = \sum_{i=0}^{w-1} x_i \cdot 2^i$$

**В дополнительном коде**

$$B2T(X) = -x_{w-1} \cdot 2^{w-1} + \sum_{i=0}^{w-2} x_i \cdot 2^i$$

**знаковый бит**

```
short int x =  15213;
short int y = -15213;
```

- **Си `short` длиной в 2 байта**

| | Десятичное | Шестнадцатиричное | Двоичное |
|---|---|---|---|
| **x** | 15213 | **3B 6D** | **00111011 01101101** |
| **y** | -15213 | **C4 93** | **11000100 10010011** |

- **Знаковый бит**
  - В дополнительном коде, наиболее значимый бит обозначает знак
    - 0 для неотрицательных
    - 1 для отрицательных

# Пример кодирования (продолжение)

```
x =      15213: 00111011 01101101
y =     -15213: 11000100 10010011
```

| Вес | 15213 | | -15213 | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| 4 | 1 | 4 | 0 | 0 |
| 8 | 1 | 8 | 0 | 0 |
| 16 | 0 | 0 | 1 | 16 |
| 32 | 1 | 32 | 0 | 0 |
| 64 | 1 | 64 | 0 | 0 |
| 128 | 0 | 0 | 1 | 128 |
| 256 | 1 | 256 | 0 | 0 |
| 512 | 1 | 512 | 0 | 0 |
| 1024 | 0 | 0 | 1 | 1024 |
| 2048 | 1 | 2048 | 0 | 0 |
| 4096 | 1 | 4096 | 0 | 0 |
| 8192 | 1 | 8192 | 0 | 0 |
| 16384 | 0 | 0 | 1 | 16384 |
| -32768 | 0 | 0 | 1 | -32768 |
| **Итого:** | | **15213** | | **-15213** |

# Границы представления в *W* бит

- **Беззнаковые значения**
  - *UMin* = 0

    000…0
  - *UMax* = $2^w - 1$

    111…1

- **Значения в дополнительном коде**
  - *TMin* = $-2^{w-1}$

    100…0
  - *TMax* = $2^{w-1} - 1$

    011…1

- **Другие значения**
  - минус 1

    111…1

**Значения для *W* = 16**

| | Десятичные | Шестнадцатиричные | Двоичные |
|---|---|---|---|
| **UMax** | **65535** | **FF FF** | **11111111 11111111** |
| **TMax** | **32767** | **7F FF** | **01111111 11111111** |
| **TMin** | **-32768** | **80 00** | **10000000 00000000** |
| **-1** | **-1** | **FF FF** | **11111111 11111111** |
| **0** | **0** | **00 00** | **00000000 00000000** |

# Значения для разных размеров слова

| | W | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **8** | **16** | **32** | **64** |
| **UMax** | 255 | 65,535 | 4,294,967,295 | 18,446,744,073,709,551,615 |
| **TMax** | 127 | 32,767 | 2,147,483,647 | 9,223,372,036,854,775,807 |
| **TMin** | -128 | -32,768 | -2,147,483,648 | -9,223,372,036,854,775,808 |

- **Важно!**
  - $|TMin| = TMax + 1$
    - Границы несимметричны
  - $UMax = 2 * TMax + 1$

- **Программирование на Си**
  - #include <limits.h>
  - Объявленные константы, e.g.,
    - ULONG_MAX
    - LONG_MAX
    - LONG_MIN
  - Значения констант зависят от платформы

# Беззнаковые и знаковые величины

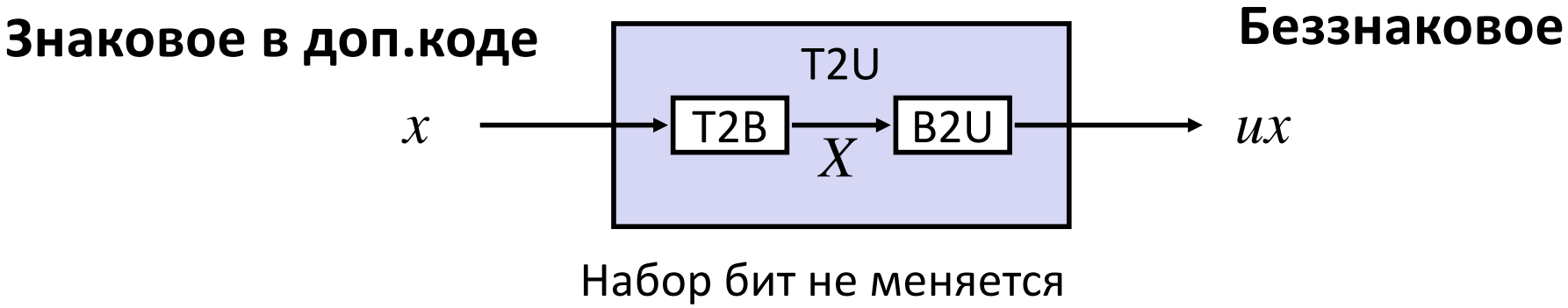
| *X* | B2U(*X*) | B2T(*X*) |
|---|---|---|
| 0000 | 0 | 0 |
| 0001 | 1 | 1 |
| 0010 | 2 | 2 |
| 0011 | 3 | 3 |
| 0100 | 4 | 4 |
| 0101 | 5 | 5 |
| 0110 | 6 | 6 |
| 0111 | 7 | 7 |
| 1000 | 8 | –8 |
| 1001 | 9 | –7 |
| 1010 | 10 | –6 |
| 1011 | 11 | –5 |
| 1100 | 12 | –4 |
| 1101 | 13 | –3 |
| 1110 | 14 | –2 |
| 1111 | 15 | –1 |

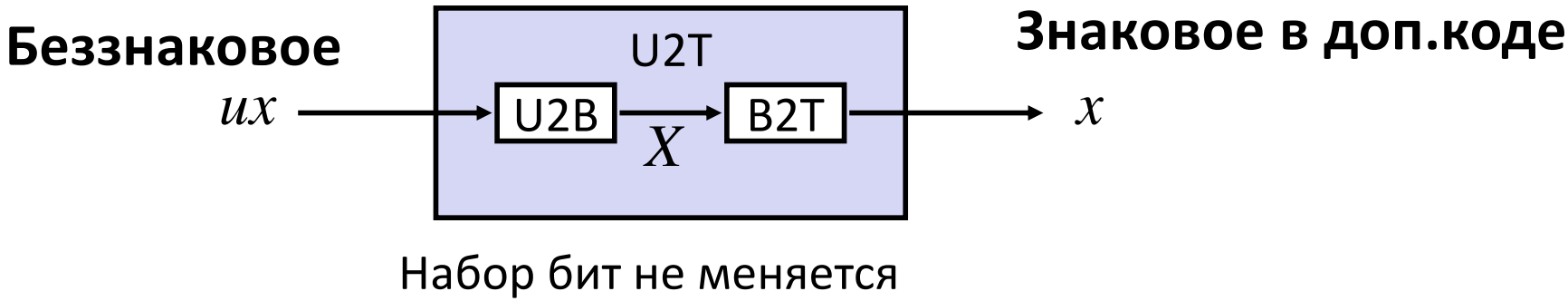
- **Совпадение**
  - Одинаковые кодировки неотрицательных величин
- **Взаимная однозначность**
  - Каждая комбинация бит представляет своё значение числа
  - Каждое представимое целое имеет уникальную кодировку
- **Отображения обратимы**
  - $\forall x$, $U2B(B2U^{-1}(x)) = x$
    - биты беззнаковых
  - $\forall x$, $T2B(B2T^{-1}(x)) = x$
    - биты знаковых в дополнительном коде

# Биты, байты и целые

- **Представление информации в битах**
- **Манипуляции на уровне бит**
- **Целые**
  - Представление: беззнаковое и знаковое
  - Преобразования
  - Расширение, сокращение
  - Сложение, отрицание, умножение, сдвиг
  - Сводка
- **Представление в памяти, указатели, строки**

# Соответствие знаковых и беззнаковых




- **Соответствие знаковых в доп.коде и беззнаковых:**
  **Сохраняем битовое представление и переинтерпретируем**

# Соответствие знаковых и беззнаковых

| Биты | Знаковое | | Беззнаковое |
|---|---|---|---|
| 0000 | 0 | | 0 |
| 0001 | 1 | | 1 |
| 0010 | 2 | | 2 |
| 0011 | 3 | | 3 |
| 0100 | 4 | | 4 |
| 0101 | 5 | T2U → | 5 |
| 0110 | 6 | | 6 |
| 0111 | 7 | ← U2T | 7 |
| 1000 | -8 | | 8 |
| 1001 | -7 | | 9 |
| 1010 | -6 | | 10 |
| 1011 | -5 | | 11 |
| 1100 | -4 | | 12 |
| 1101 | -3 | | 13 |
| 1110 | -2 | | 14 |
| 1111 | -1 | | 15 |

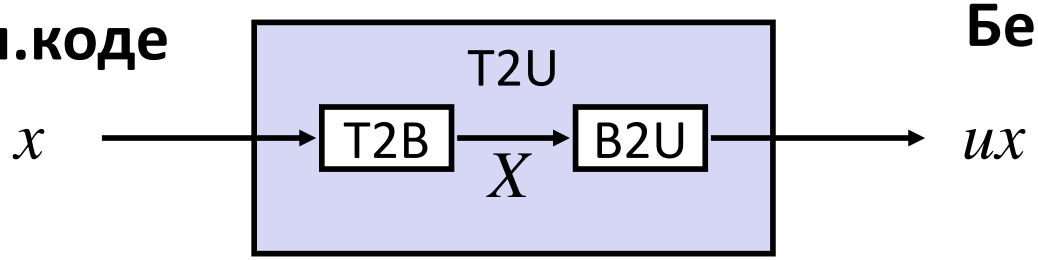
# Соответствие знаковых и беззнаковых

| Биты | Знаковое | | Беззнаковое |
|---|---|---|---|
| 0000 | 0 | | 0 |
| 0001 | 1 | | 1 |
| 0010 | 2 | | 2 |
| 0011 | 3 | = | 3 |
| 0100 | 4 | | 4 |
| 0101 | 5 | | 5 |
| 0110 | 6 | | 6 |
| 0111 | 7 | | 7 |
| 1000 | -8 | | 8 |
| 1001 | -7 | | 9 |
| 1010 | -6 | | 10 |
| 1011 | -5 | $+/- 2^4$ | 11 |
| 1100 | -4 | | 12 |
| 1101 | -3 | | 13 |
| 1110 | -2 | | 14 |
| 1111 | -1 | | 15 |

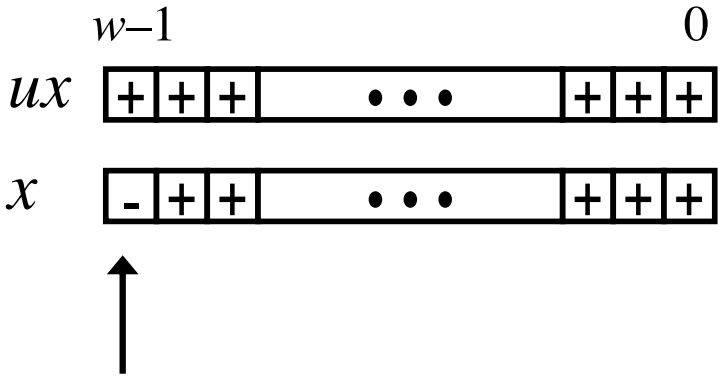
# Связь между знаковыми и беззнаковыми

**Знаковое в доп.коде**

**Беззнаковое**




Набор бит не меняется



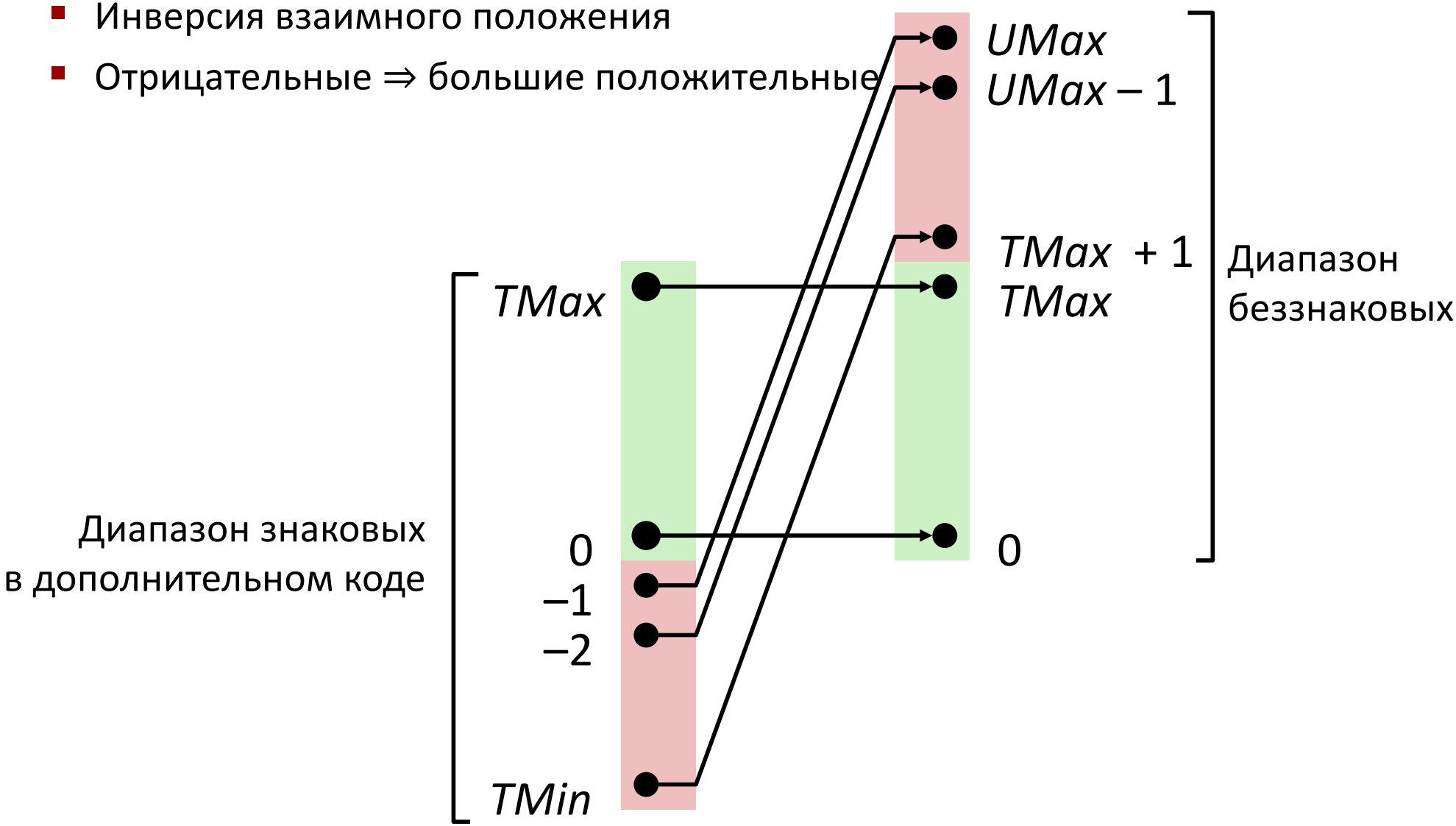

**самый отрицательный бит**

*одиноко становится*

**самым положительным**

# Визуализация преобразования

- **Дополнительный ⇒ беззнаковый**
  - Инверсия взаимного положения
  - Отрицательные ⇒ большие положительные



# Знаковые и беззнаковые в Си

- **Константы**
  - По умолчанию целочисленные десятичные считаются знаковыми
  - Беззнаковые обозначаются суффиксом “U”

```
0U, 4294967259U
```

- **Преобразование**
  - Явное

```
int tx, ty;
unsigned ux, uy;
tx = (int) ux;
uy = (unsigned) ty;
```

  - Неявное преобразование также происходит в вызовах процедур, арифметике, сравнениях, присваиваниях

```
tx = ux;
uy = ty;
```

# Неожиданные преобразования

- **Вычисления выражений**
  - При смешивании знаковых и беззнаковых, ***знаковые неявно преобразуются в беззнаковые***
  - Включая операции сравнения **<, >, ==, <=, >=**
  - Пример для *W* = 32: **TMIN = -2,147,483,648 , TMAX = 2,147,483,647**

| **Константа$_1$** | **Константа$_2$** | **Итог** | **Тип рез-та** |
|---|---|---|---|
| 0 | 0U | **==** | **unsigned** |
| -1 | 0 | **<** | **signed** |
| -1 | 0U | **>** | **unsigned** |
| 2147483647 | -2147483647-1 | **>** | **signed** |
| 2147483647U | -2147483647-1 | **<** | **unsigned** |
| -1 | -2 | **>** | **signed** |
| (unsigned)-1 | -2 | **>** | **unsigned** |
| 2147483647 | 2147483648U | **<** | **unsigned** |
| 2147483647 | (int) 2147483648U | **>** | **signed** |

# Сводка: преобразование Знаковые ↔ Беззнаковые: правила

- **Битовые последовательности сохраняются…**
- **… но интерпретируются по разному**
- **Возможная неожиданность: добавление или вычитание $2^w$**

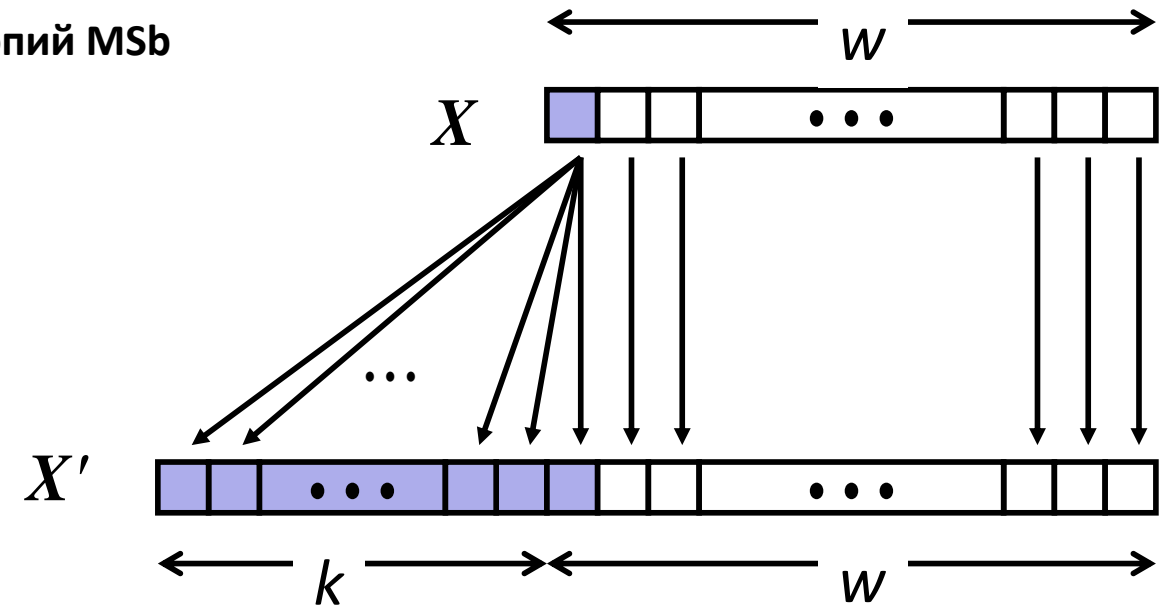
- **В выражениях содержащих signed int и unsigned int**
  - `[signed]` преобразуются в `unsigned` !!

# Биты, байты и целые

- **Представление информации в битах**
- **Манипуляции на уровне бит**
- **Целые**
  - Представление: беззнаковое и знаковое
  - Преобразования
  - Расширение, сокращение
  - Сложение, отрицание, умножение, сдвиг
  - Сводка
- **Представление в памяти, указатели, строки**

# Расширение знака

- **Задача:**
  - Дано знаковое целое *x* размером *w* бит
  - Преобразовать в целое того же значения размером *w*+*k* бит
- **Правило:**
  - Сделать *k* копий знакового бита:
  - $X' = \underbrace{x_{w-1}, \ldots, x_{w-1}}_{k \text{ копий MSb}}, x_{w-1}, x_{w-2}, \ldots, x_0$



# Пример расширения знака

```
short int x =  15213;
int      ix = (int) x;
short int y = -15213;
int      iy = (int) y;
```

| | Десятич. | Шестнадцатир. | Двоичное |
|---|---|---|---|
| x | 15213 | 3B 6D | 00111011 01101101 |
| ix | 15213 | 00 00 3B 6D | 00000000 00000000 00111011 01101101 |
| y | -15213 | C4 93 | 11000100 10010011 |
| iy | -15213 | FF FF C4 93 | 11111111 11111111 11000100 10010011 |

- **Преобразование из короткого в длинный целочисленный тип**
- **Си автоматически выполняет расширение знака**

# Сводка:
# Расширение, усечение: правила

- **Расширение (например, short int в int)**
  - Беззнаковое: добавить нули
  - Знаковое: расширить знак
  - Оба действия дают ожидаемый результат

- **Усечение (например, unsigned в unsigned short)**
  - Unsigned/signed: биты отбрасываются
  - Результат переинтепретируется для новой длины
  - Unsigned: операция «остаток от деления»
  - Signed: операция похожая на «остаток от деления»
  - Ожидаемый результат – только для малых значений.

# Биты, байты и целые

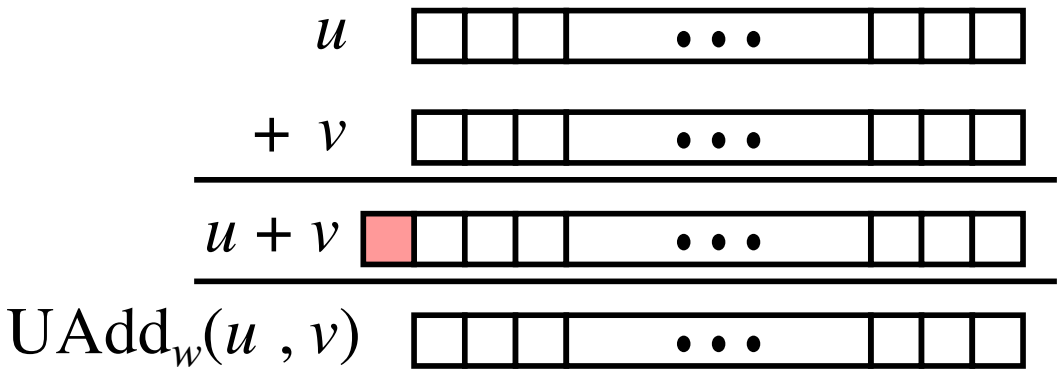
- Представление информации в битах
- Манипуляции на уровне бит
- **Целые**
  - Представление: беззнаковое и знаковое
  - Преобразования
  - Расширение, сокращение
  - Сложение, отрицание, умножение, сдвиг
  - Сводка
- Представление в памяти, указатели, строки

# Беззнаковое сложение

Операнды: *w* бит

Полная сумма: *w*+1 бит

Без переноса: *w* бит



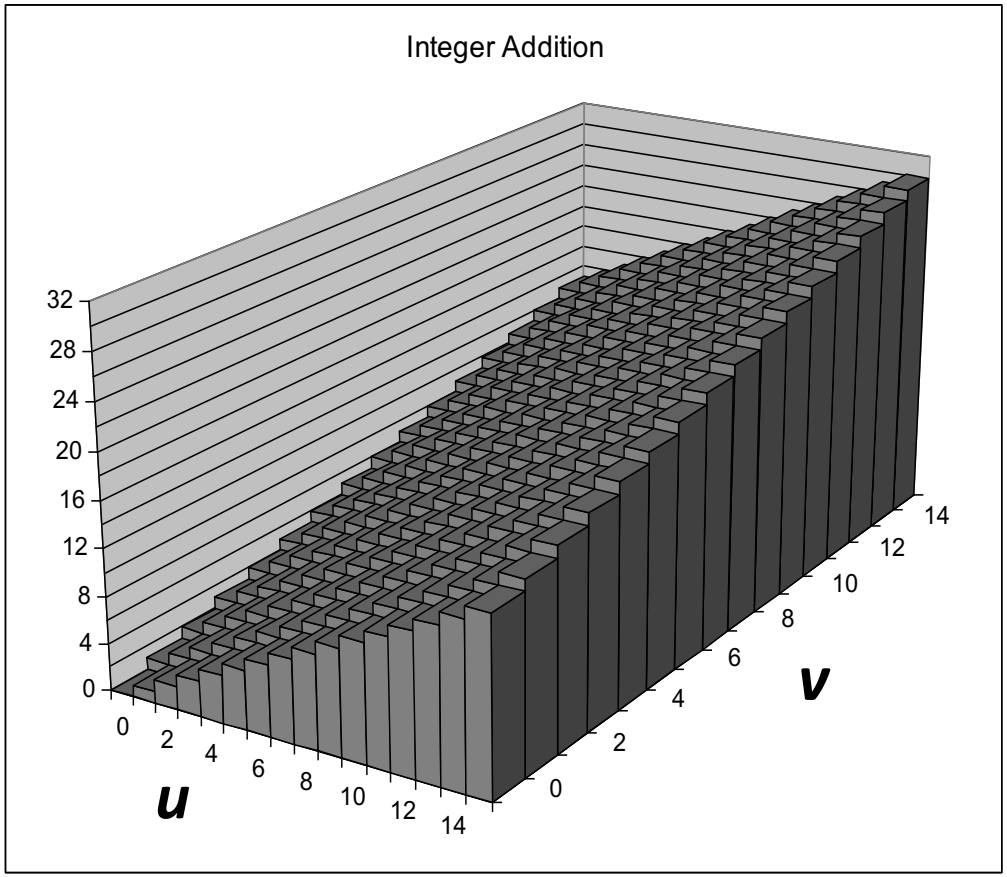

- **Стандартная операция сложения в Си**
  - «Игнорирует» перенос
  - Реализует сложение по модулю

$s = \mathrm{UAdd}_w(u, v) = (u + v) \bmod 2^w$

# Математическое сложение визуально

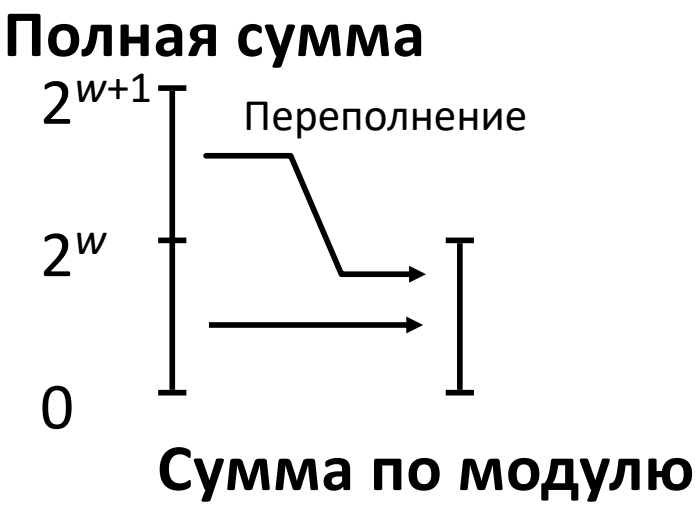
- **Сложение целых**
  - 4-х битовые целые *u*, *v*
  - Полная сумма $\mathrm{Add}_4(u\ ,\ v)$
  - Значение растёт линейно по *u* и *v*
  - Образует плоскость

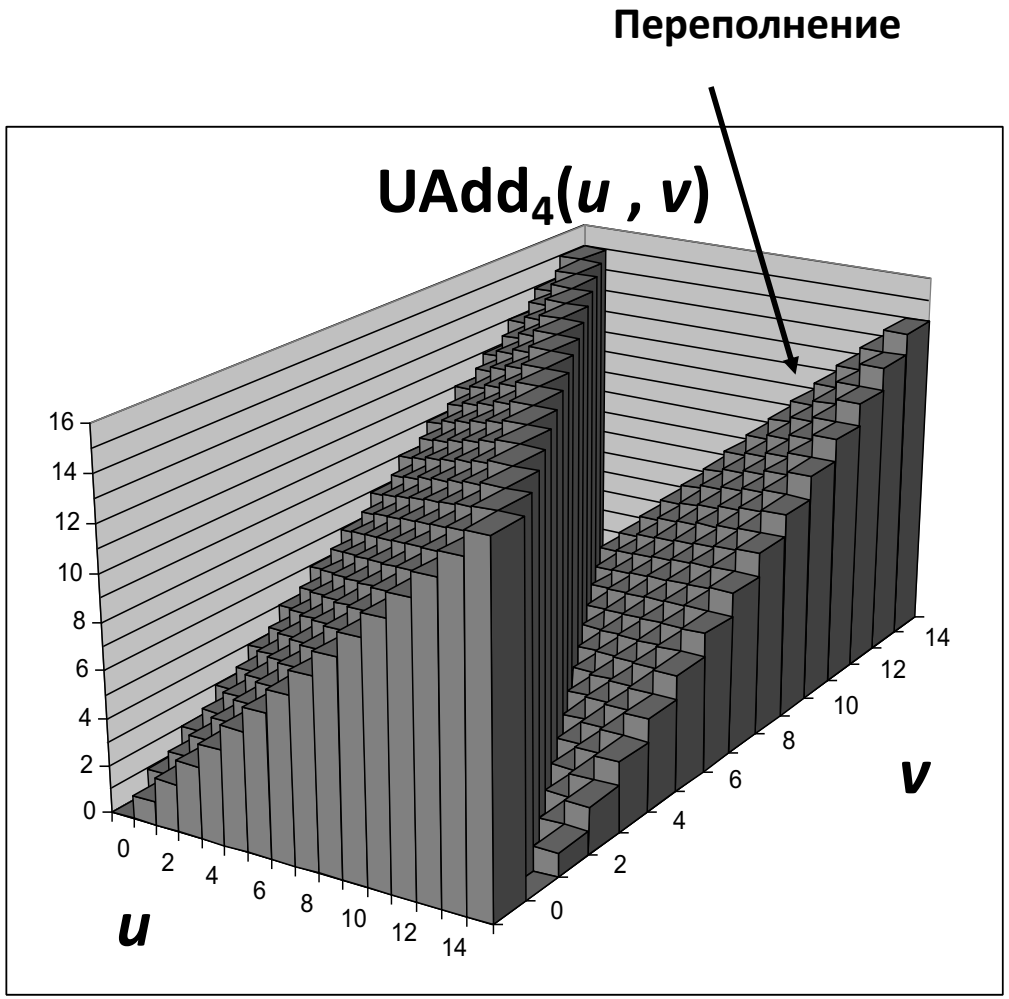
**$\mathrm{Add}_4(u\ ,\ v)$**



# Беззнаковое сложение визуально

- **Усечение**
  - Если полная сумма ≥ $2^w$
  - Не более одного раза



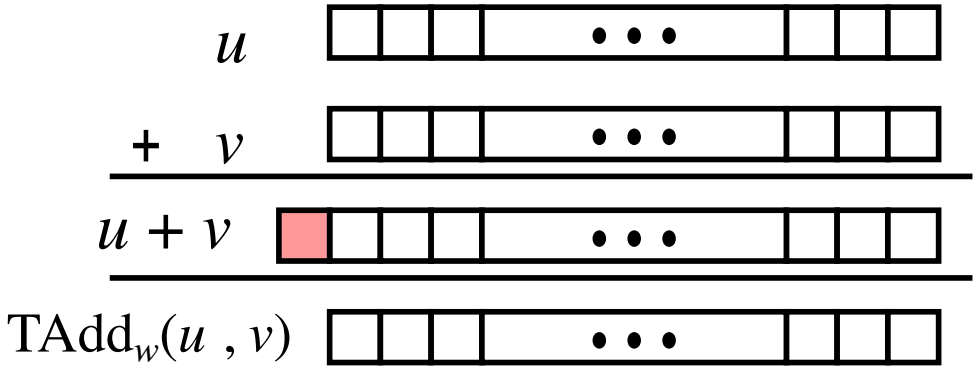



# Сложение в дополнительном коде

Операнды: *w* бит

Полная сумма: *w*+1 ,бит

Без преноса: *w* бит



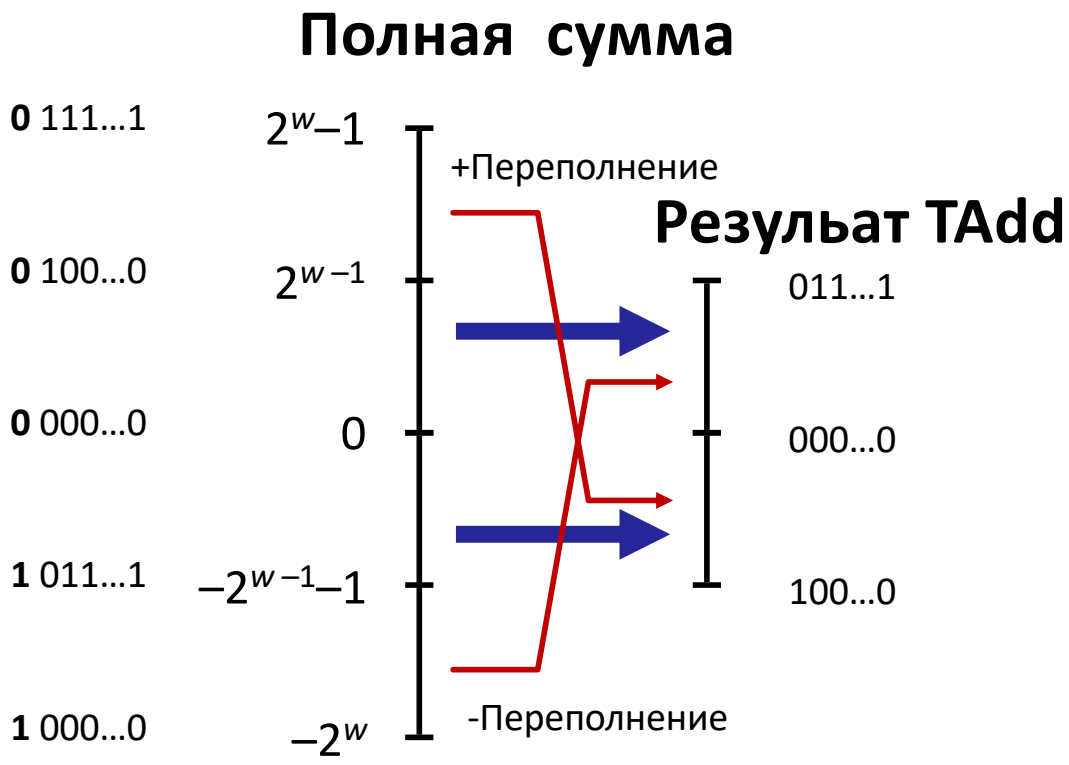

- **TAdd и UAdd преобразуют биты одинаково**
  - Знаковое и беззнаковое сложение в Си:

```
int s, t, u, v;
s = (int) ((unsigned) u + (unsigned) v);
t = u + v
```

  - Всегда даст `s == t`

# Переполнение TAdd

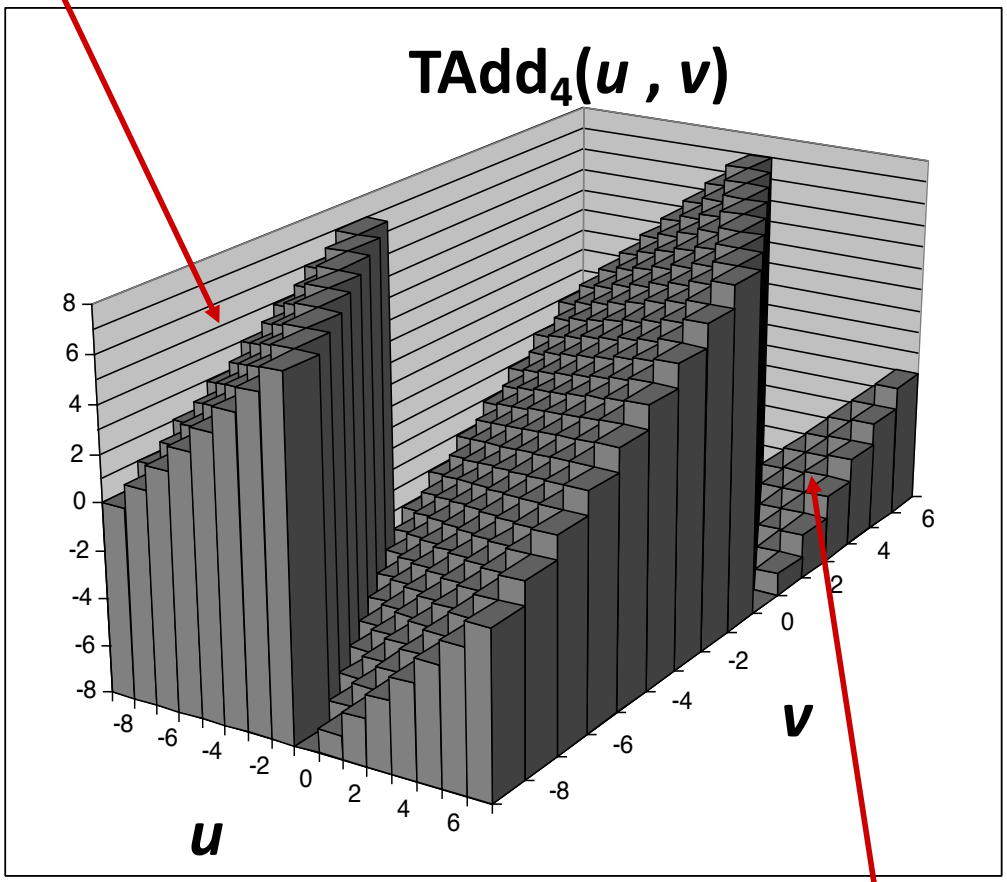
- **Функциональность**
  - Полное суммирование требует *w*+1 бит
  - Отбрасывание MSB
  - Интерпретация оставшихся бит как целого числа в дополнительном коде



# Сложение в доп. коде визуально

- **Значения**
  - 4-ре бита в доп. коде
  - Диапазон от -8 до +7
- **Отсечение**
  - Если сумма $\geq 2^{w-1}$
    - Результат отрицательный
    - Не более 1 раза
  - Если сумма $< -2^{w-1}$
    - Результат положительный
    - Не более 1 раза

**Переполнение отрицательными**




**Переполнение положительными**

# Умножение

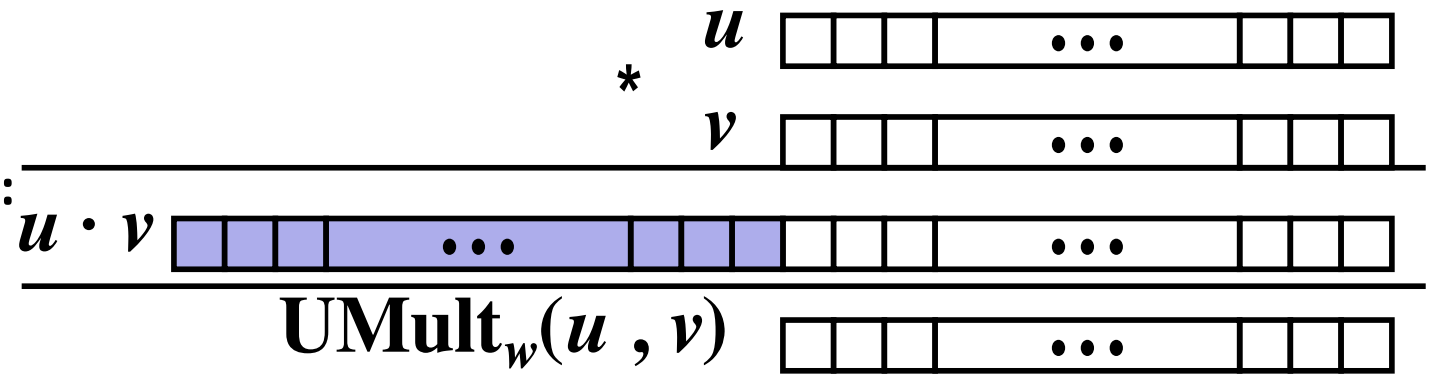
- **Вычисление полного произведения *w*-битовых чисел *x*, *y***
  - Или знаковых или беззнаковых
- **Границы**
  - Беззнаковые: $0 \le x * y \le (2^w - 1)^2 = 2^{2w} - 2^{w+1} + 1$
    - До $2w$ бит
  - Минимальное в доп.коде: $x * y \ge (-2^{w-1})*(2^{w-1}-1) = -2^{2w-2} + 2^{w-1}$
    - До $2w-1$ бит
  - Максимальное в доп коде : $x * y \le (-2^{w-1})^2 = 2^{2w-2}$
    - До $2w$ бит, но только для $(TMin_w)^2$
- **Обеспечение полноты результата**
  - Необходимо расширение слова для каждого результата
  - Реализуется лишь в программных пакетах арифметики “произвольной точности”

# Умножение беззнаковых

**Операнды: *w* бит**

**Полное произведение: 2**w* бит**

**Без *w* старших бит: *w* младших бит**




- **Стандартное умножение беззнаковых в Си**
  - Игнорирует старшие *w* бит
  - Реализует умножение по модулю

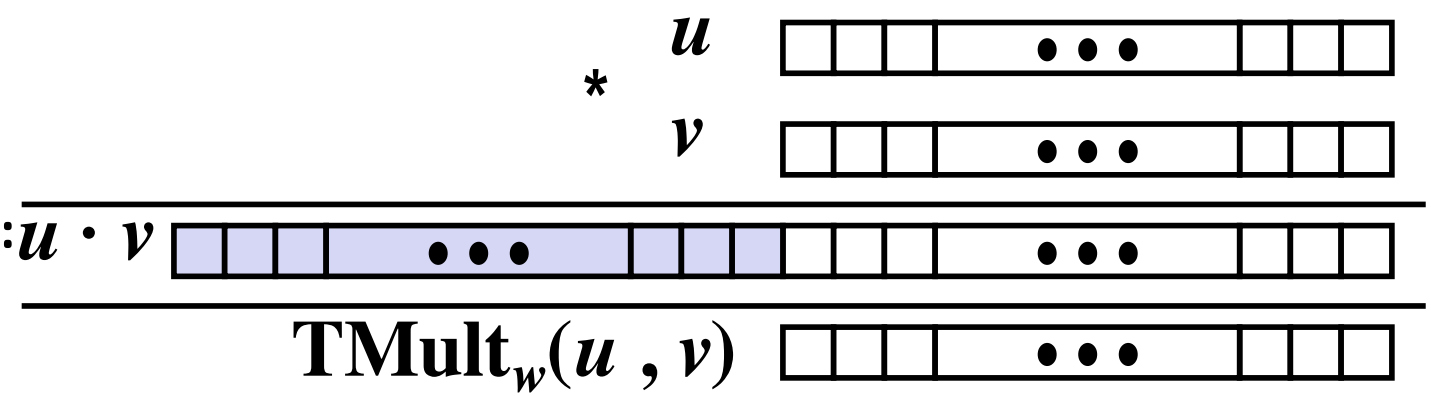
$\mathrm{UMult}_w(u\ ,\ v) = \quad (u \cdot v) \mod 2^w$

# Умножение знаковых

**Операнды: *w* бит**

**Полное произведение: 2*$w$ бит**

**Без *w* старших бит: *w* младших бит**




- **Стандартное умножение знаковых в Си**
  - Игнорирует старшие *w* бит
  - Некоторые из них различаются для знакового и беззнакового умножений
  - Младшие биты такие-же

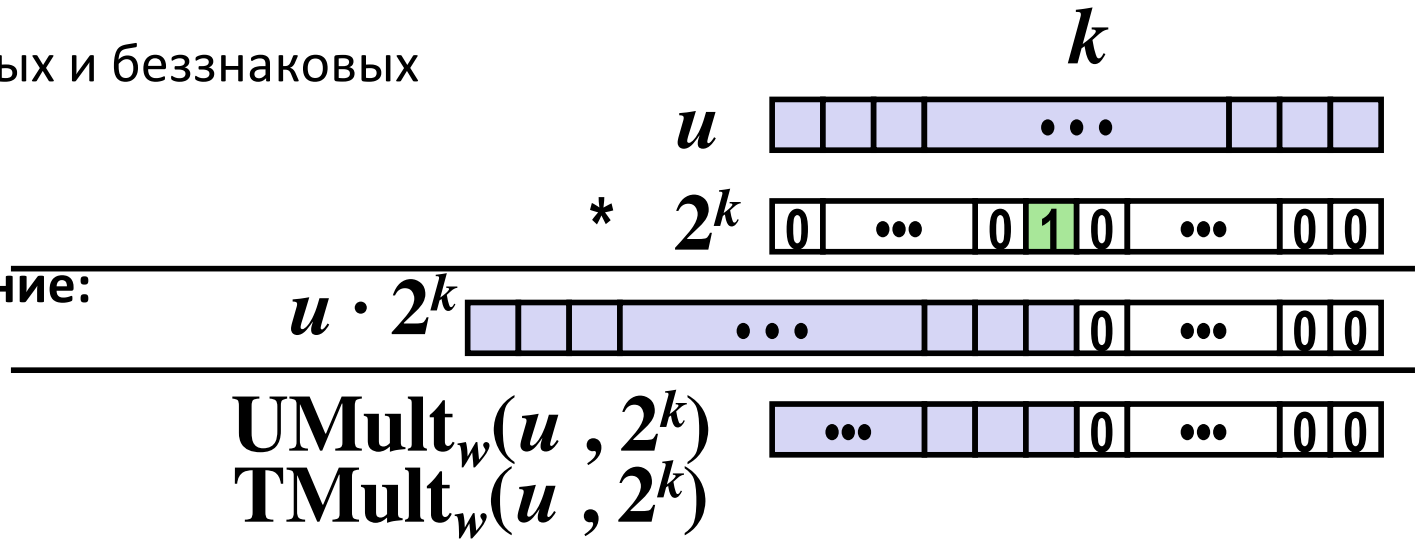
# Умножение сдвигом на степень двойки

- **Операция**
  - `u << k` даёт `u*`$2^k$
  - Для знаковых и беззнаковых

**Операнд: *w* бит**

**Полное произведение: *w*+*k* бит**

**Без *k* старших бит: *w* младших бит**




- **Примеры**
  - `u << 3 == u * 8`
  - `u << 5 - u << 3 == u * 24`
  - Большинство машин сдвигает и складывает быстрее умножения
    - Компилятор создаёт соответствующий код автоматически

# Биты, байты и целые

- **Представление информации в битах**
- **Манипуляции на уровне бит**
- **Целые**
  - Представление: беззнаковое и знаковое
  - Преобразования
  - Расширение, сокращение
  - Сложение, отрицание, умножение, сдвиг
  - Сводка
- **Представление в памяти, указатели, строки**

# Арифметика: основные правила

- **Сложение:**
  - (Без)знаковые: Нормальное сложение с отсечением, идентичные действия с битами
  - Беззнаковые: сложение по модулю $2^w$
    - Математическое сложение и возможное уменьшение на $2^w$
  - Знаковые: изменённое сложение по модулю $2^w$ (результат в допустимом диапазоне)
    - Математическое сложение и возможное добавление или уменьшение на $2^w$
- **Умножение:**
  - (Без)знаковые: Нормальное умножение с отсечением, разные действия с битами
  - Беззнаковые: умножение по модулю $2^w$
  - Знаковые: изменённое умножение по модулю $2^w$ (результат в допустимом диапазоне)

# Зачем использовать беззнаковые?

- ***Не используйте без понимания последствий***
  - Легко сделать ошибку

```
unsigned i;
for (i = cnt-2; i >= 0; i--)
  a[i] += a[i+1];
```

  - Может быть очень коварным

```
#define DELTA sizeof(int)
int i;
for (i = CNT; i-DELTA >= 0; i-= DELTA)
  . . .
```

# Обратный отсчёт с беззнаковыми

- **Правильно: счётчик цикла - беззнаковый**

```
unsigned i;
for (i = cnt-2; i < cnt; i--)
  a[i] += a[i+1];
```

- **См. «Безопасное программирование на C и C++», Роберт Сикорд, ISBN 978-5-8459-1908-3, «ВИЛЬЯМС», 2015**
  - Стандарт гарантирует, что беззнаковое сложение работает как математическое сложение по модулю
    - 0 – 1 → *UMax*
- **Ешё лучше**

```
size_t i;
for (i = cnt-2; i < cnt; i--)
  a[i] += a[i+1];
```

  - Тип **`size_t`** определён как беззнаковый с длиной равной размеру слова
  - Код работает даже если **`cnt`** = *Umax*
  - А что если **`cnt`** – знаковый и < 0?

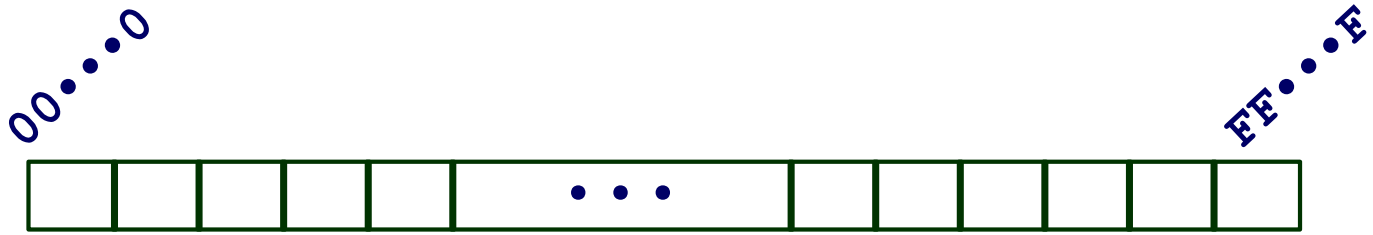
# Зачем использовать беззнаковые? (ещё)

- ***Используйте* для модулярной арифметики**
  - Арифметика произвольной точности
- ***Используйте* для представления множеств**
  - Логический сдвиг вправо, без расширения знака

# Биты, байты и целые

- **Представление информации в битах**
- **Манипуляции на уровне бит**
- **Целые**
  - Представление: беззнаковое и знаковое
  - Преобразования
  - Расширение, сокращение
  - Сложение, отрицание, умножение, сдвиг
  - Сводка
- **Представление в памяти, указатели, строки**

# Байтовая организация памяти



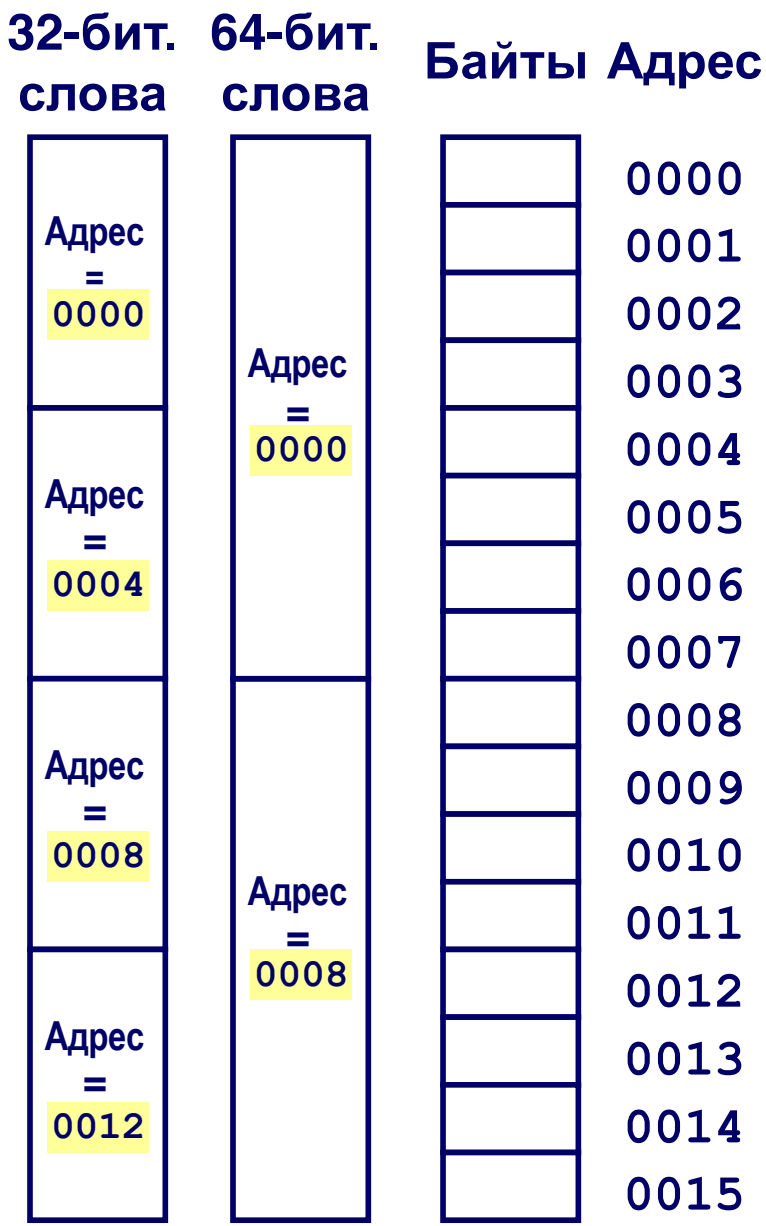

- **Программы обращаются к виртуальным адресам**
  - Концептуально – очень большой массив байт
  - В действительности реализуется иерархией запоминающих устройств различного типа
  - ОС предоставляет своё адресное пространство каждому «процессу»
    - Программа исполняется в рамках своего «процесса»
    - Программа может повредить только свои, но не чужие данные
- **Компилятор, компоновщик, загрузчик и среда исполнения**
  - Определяют где хранятся различные программные объекты
  - Выделяют память внутри единого адресного пространства

# Машинные слова

- **С машиной связан “размер слова”**
  - Обычный размер представления целых чисел
    - Включая адреса
  - Большинство мобильников ещё используют слова в 32 бита (4 байта)
    - Предел адресации 4ГБ
    - Недостаточно для интенсивной работы с памятью
  - ПК и более мощные системы - используют слова в 64 бита (8 байт)
    - Потенциальное адресное пространство ≈ $1.8 \times 10^{19}$ байт
    - Архитектура x86-64 использует 48-битовые адреса: 256 терабайт
  - Машины поддерживают множество форматов данных
    - Доли размера слова или кратные ему
    - Всегда целое число байт

# Словная организация памяти

- **Адреса указывают расположение в байтах**
  - Адрес первого байта в слове
  - Адреса последовательных слов различаются на 4 (32-битные) или 8 (64-битные)



# Целочисленные форматы

| Типы данных языка C | 32-бит типично | Intel IA32 | x86-64 |
|---|---|---|---|
| char | 1 | 1 | 1 |
| short | 2 | 2 | 2 |
| int | 4 | 4 | 4 |
| long | 4 | 4 | 8 |
| long long | 8 | 8 | 8 |
| указатель | 4 | 4 | 8 |

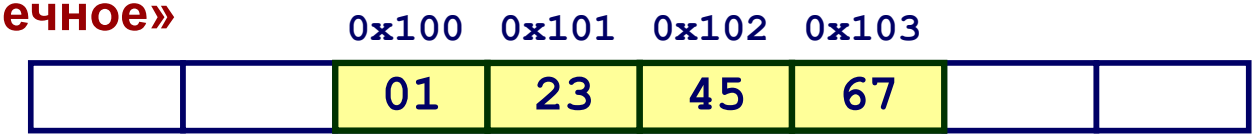
# Порядок байт в слове

- **В каком порядке располагаются в памяти байты многобайтового слова?**
- **Соглашения**
  - «Тупоконечники»: Sun, PPC Mac, Internet
    - Наименее значимый байт имеет <u>наибольший</u> адрес
  - «Остроконечники»: x86
    - Наименее значимый байт имеет <u>наименьший</u> адрес

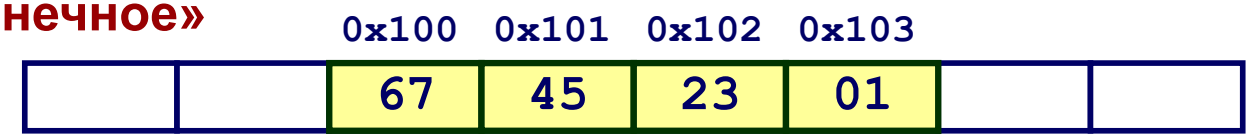
# Примеры упорядочения байт

- **«Тупоконечное»**
  - Наименее значимый байт имеет наибольший адрес
- **«Остроконечное»**
  - Наименее значимый байт имеет наименьший адрес
- **Пример**
  - Переменная x
    - имеет 4-байтовое представление 0x01234567
    - Расположена по адресу &x - 0x100

**«Тупоконечное»**



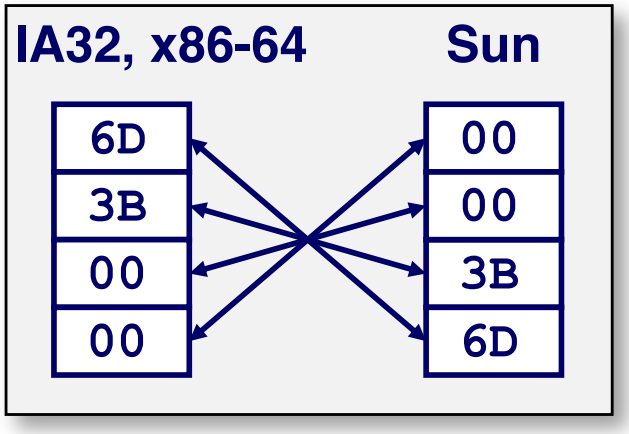

**«Остроконечное»**



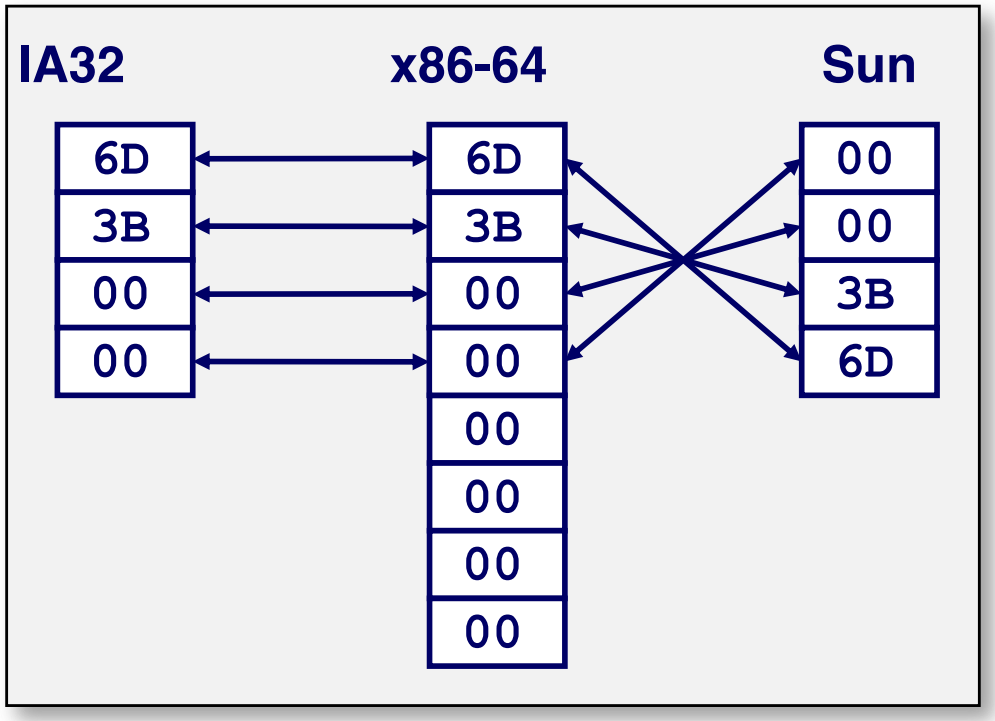
# Представление Целочисленное

| | |
|---|---|
| Десятичное: | 15213 |
| Двоичное: | 0011 1011 0110 1101 |
| Шестнадцатиричное: | 3 B 6 D |

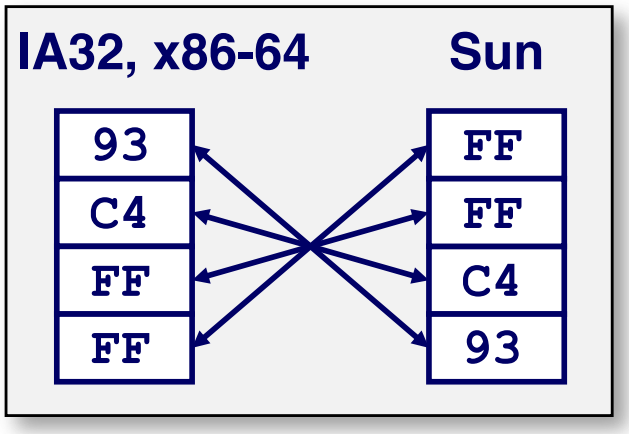
```
int A = 15213;
```




```
long int C = 15213;
```




```
int B = -15213;
```



# Изучение представления данных

- **Вывод байтового представления данных**
  - Представление указателя как массива **`unsigned char *`**

```
typedef unsigned char *pointer;

void show_bytes(pointer start, int len){
  int i;
  for (i = 0; i < len; i++)
    printf(”%p\t0x%.2x\n",start+i,
start[i]);
  printf("\n");
}
```

**Спецификации преобразования:**

%p: Вывод указателя

%x: Вывод шестнадцатиричного

# Пример исполнения show_bytes

```
int a = 15213;
printf("int a = 15213;\n");
show_bytes((pointer) &a, sizeof(int));
```

**Результат (x86, Linux):**

```
int a = 15213;
0x11ffffcb8 0x6d
0x11ffffcb9 0x3b
0x11ffffcba 0x00
0x11ffffcbb 0x00
```

# Представление указателей

```
int B = -15213;
int *P = &B;
```

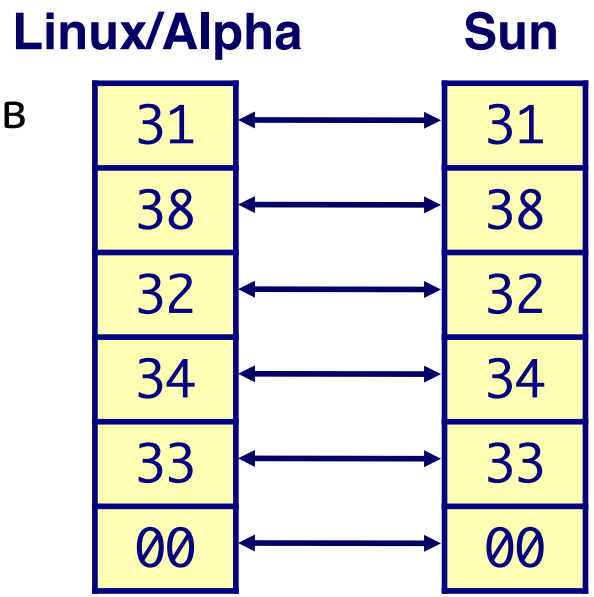
| Sun | IA32 | x86-64 |
|---|---|---|
| EF | D4 | 0C |
| FF | F8 | 89 |
| FB | FF | EC |
| 2C | BF | FF |
| | | FF |
| | | 7F |
| | | 00 |
| | | 00 |

Различные компиляторы, ОС и машины дают различное расположение в памяти

# Представление строк

```
char S[6] = "18243";
```

- **Строки в С**
  - Представлены массивами сиволов
  - Каждый символ представлен ASCII-кодом
    - Стандартное 7-кодирование набора символов
    - Символ “0” кодируется 0x30
      - Цифра i кодируется 0x30+i
  - Строки должны завершаться нулевым кодом
    - Символ окончания строки = 0
- **Совместимость**
  - ASCII-код не единственный
  - Однобайтные коды не переупорядочиваются



# Целочисленные головоломки Си

- Для каждого следующего выражения Си объясните почему оно…
  - либо верно для любых значений аргументов,
  - либо неверно.

- x < 0 ⇒ ((x*2) < 0)
- ux >= 0
- x & 7 == 7 ⇒ (x<<30) < 0
- ux > -1
- x > y ⇒ -x < -y
- x * x >= 0
- x > 0 && y > 0 ⇒ x + y > 0
- x >= 0 ⇒ -x <= 0
- x <= 0 ⇒ -x >= 0
- (x|-x)>>31 == -1
- ux >> 3 == ux/8
- x >> 3 == x/8
- x & (x-1) != 0

## Инициализация

```
int x = function1();

int y = funciton2();

unsigned ux = x;

unsigned uy = y;
```