

УДК 517.9

Н. И. Хохлов, Д. П. Григорьевых
 Московский физико-технический институт
 (государственный университет)
 E-mail: k_h@inbox.ru

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ С УЧЕТОМ РЕОЛОГИИ РАЗРУШИМОГО МАТЕРИАЛА

Целью данной работы является исследование волновых процессов в гетерогенных средах с учетом разрушений материала. Представлен метод, позволяющий с высокой степенью точности провести моделирование процесса разрушения, в том числе с учетом изменения реологии материала. Получены решения ряда типовых задач.

Ключевые слова: волновые процессы, моделирование разрушений, моделирование разрушений.

Математическая модель

Для математического моделирования волновых процессов в деформируемом твердом теле используется система динамических уравнений, объединяющая уравнения движения и реологические соотношения в виде [1]

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial V_x}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}, \\ \rho \frac{\partial V_y}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}, \\ \dot{\sigma}_{ij} &= q_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}. \end{aligned}$$

Здесь ρ – плотность среды, V_x , V_y – компоненты скорости движения, σ_{ij} , ϵ_{kl} – компоненты тензоров напряжения и деформаций.

© Н. И. Хохлов, Д. П. Григорьевых, 2018
 © Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)», 2018

... тензор четвертого порядка q_{ijkl} определяется реологией сре-

... Для линейно-упругого тела имеем

$$q_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}).$$

В этом соотношении λ и μ – упругие постоянные Ламе, δ_{ij} – символ Кронекера. Для численного решения динамических уравне-

... механики деформируемого твердого тела используется сеточно-энергетический метод, подробнее с которым можно ознакомиться в [4].

Возможность описания произвольных геометрий реализована за счет использования структурных криволинейных сеток [4].

В работе использовался дискретный подход к описанию процесса разрушения материала. В каждом расчетном узле хранится бинарный признак – разрушен ли материал в нем или нет. На каждом временном шаге для неразрушенных узлов проверяется соответствующий критерий разрушения, и если он выполнен, то вводится признак разрушения и вводятся соответствующие корректировки. Рассматривались две разновидности модели разрушения: «модель песка» и «модель трещин».

Рассмотрим подробнее «модель песка». В основе определения критерия разрушения лежит критерий пластичности Мизеса [5]:

$$y_S < \sqrt{\frac{1}{4} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + \sigma_{xy}^2}.$$

На основе вычисленных значений тензора напряжений проводится проверка, и если он выполнен, то материал в узле сетки считается разрушенным. В этот момент производится изменение параметров материала – каждый уменьшается в десять раз параметр Ламе μ . Также на следующем временном шаге в дальнейшем обнуляются все отрицательные компоненты тензора напряжений, что физически означает отсутствие сопротивления на разрыв.

В основе «модели трещин» лежит анализ отдельных компонент тензора напряжений. Впервые трещина появляется при превышении одной из компонент напряжений максимального напряжения (σ_{\max} , характеристика материала), и трещина своей плоскостью перпендикулярна главной оси деформации. В каждом узле, содержащем трещину, в дальнейшем

обнуляются нормальные и тангенциальные (по отношению к направлению трещины) компоненты тензора напряжений. В каждом узле существовать максимум одна трещина, в случае превышения их числа в дальнейшем расчёт производится по «модели песка».

Результаты

В качестве примера работы алгоритма рассмотрим ряд расчетных задач. На рис. 1 приведен эксперимент с резким растяжением пластины (длина импульса в несколько раз меньше длины пластины), в которой есть начальные трещины. Когда импульс доходит до начала или конца трещины, она начинает расти.

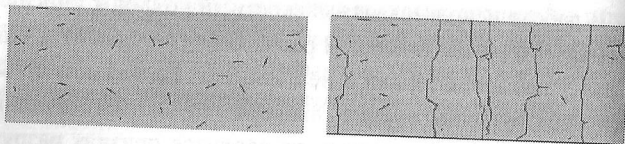


Рис. 1. Рост трещин в пластине при растяжении. Слева – начальная конфигурация трещин, справа – результат после приложения растягивающей нагрузки

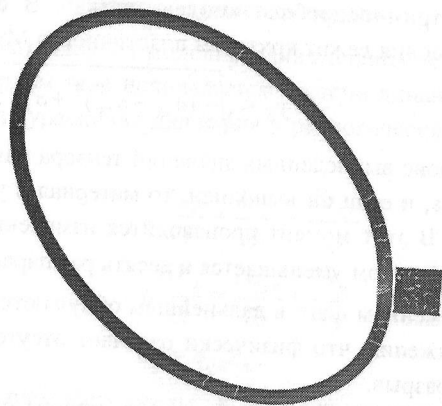


Рис. 2. Разрушения при соударении квадратного ударника с овальной оболочкой

Еще один пример расчета приведен на рис. 2, где представлен результат моделирования соударения ударника квадратной формы с тонкой оболочкой овальной формы. Показана деформация оболочки и образование мест разрушений.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Президиума РАН № МК-2888.2017.9.

Литература

- Судов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. – М.: Наука, 1970. 492 с.
- Мельников К.М., Холодов А.С. Сеточно-характеристические численные методы. – М.: Наука, 1988. 288 с.
- Иванов В.Д., Кондауров В.И., Петров И.Б., Холодов А.С. Расчёт динамического деформирования и разрушения упругопластических тел сеточно-характеристическими методами // Математическое моделирование. – 1990. Т. 2, № 11. – С. 10–29.
- Глушак В.И., Петров И.Б., Хохлов Н.И. Численное моделирование сейсмической активности сеточно-характеристическим методом // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2013. – Т. 53, № 1. – С. 1709–1720.
- Richard von Mises Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand // Göttin. Nachr. Math. Phys. – 1913. – Vol. 1. – P. 582–592.

Получено 30.04.2018