

МЕХАНИКА МАШИН

УДК 531.3,533.6,534.1

© 2015 г. Ганиев Р.Ф., Балакшин О.Б., Кухаренко Б.Г.

**ТУРБУЛЕНТНОСТЬ ПОТОКА И ФЛАТТЕР ЛОПАТОК РОТОРА
В АКСИАЛЬНОМ ТУРБОКОМПРЕССОРЕ***Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва*

Установлено, что сильная турбулентность воздушного потока в аксиальном турбокомпрессоре приводит к неустойчивому флаттеру лопаток ротора. Анализ записей колебаний лопаток показал, что флуктуации давления аксиального воздушного потока предшествуют синхронным колебаниям лопаток ротора и, следовательно, являются источником флаттера. Исследуется возможность реламинаризации воздушного потока в пограничном слое в результате его внезапного ускорения, создающего градиент скорости. Доказано, что флаттер лопаток подавляется при внезапных ускорениях ротора в результате уменьшения интенсивности турбулентности потока у венцов лопаток ротора.

1. Переход от ламинарного потока к турбулентному потоку в аксиальных турбокомпрессорах. В случае компрессоров турбовентиляторных двигателей (turbofan engine compressors) аэродинамические следы лопаток статора направляющего аппарата (inlet guide vane wakes), переносимые со скоростью аксиального воздушного потока, сталкиваются с поверхностями лопаток первой ступени ротора, врачающимися с частотой f_R . Из-за разницы в числе лопаток статора и лопаток первой ступени ротора воздушный поток зависит от относительного положения этих лопаток, поэтому аэродинамические следы производят возбуждение с гармониками частоты вращения ротора [1]. Механический отклик лопаток на возмущение потока может иметь очень существенные последствия. В аксиальных турбокомпрессорах при возрастании частоты вращения ротора вынужденный резонанс, предсказанный диаграммой Кэмпбела, всегда предшествует флаттеру лопаток [2–3]. Пусть вектор $\mathbf{u}(t) = [\mathbf{u}_1(t), \dots, \mathbf{u}_{N_b}(t)]$ представляет степени свободы лопаток ротора, N_b – число лопаток в ступени ротора турбокомпрессора. При флаттере периодическое колебание лопатки на собственной изгибной частоте f_B представляется декомпозицией на круговые моды

$$\mathbf{u}_i(t) = \sum_{m=-N_b+1}^{N_b-1} \mathbf{U}_m \exp[j(2\pi f_B t + (i-1)\sigma_m)], \quad (1)$$

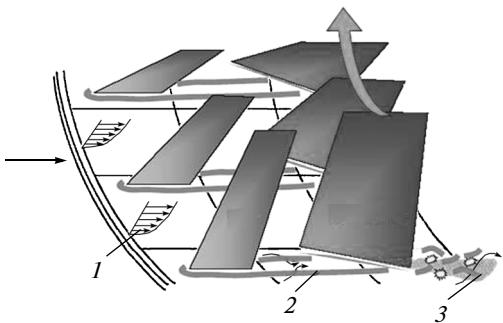


Рис. 1

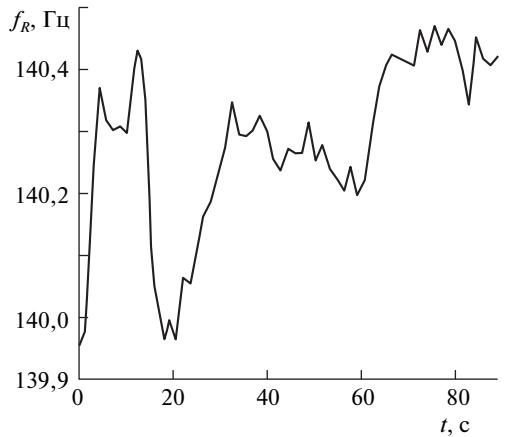


Рис. 2

Рис. 1. Неустойчивый аксиальный поток после лопаток статора направляющего аппарата: 1 – пограничный слой зазоров венцов лопаток ротора с корпусом, 2 – вихри лопаток статора направляющего аппарата, 3 – вторичные вихри зазоров венцов лопаток ротора

где

$$\sigma_m = \frac{2\pi m}{N_b}, \quad m = 0, 1, \dots, (N_b - 1). \quad (2)$$

Порядок m определяет число узлов круговой моды синхронных колебаний лопаток ротора (число ее узловых диаметров).

Отметим, что естественный переход ламинарного аксиального потока воздуха в турбулентный в зазоре венца лопатки ротора (rotor blade tip leakage) может возникать как рост слабой неустойчивости в ламинарном пограничном слое из-за волн Толлмина–Шлихтинга (Tollmien–Schlichting waves) и продолжаться через различные стадии усиливающейся турбулентности, пока аксиальный поток не станет полностью турбулентным. Тем не менее на сегодня никому не удалось обнаружить волны Толлмина–Шлихтинга в компрессоре с достаточно высокой интенсивностью турбулентности свободного аксиального потока [4]. Наиболее вероятной формой перехода, возникающей в аксиальном турбокомпрессоре, является перенос турбулентности (bypass transition), при котором отсутствуют некоторые или все стадии процесса разрушения ламинарного потока в пограничном слое, а вместо этого переход вызывается турбулентностью входящего аксиального потока [4]. Как показано на рис. 1, под воздействием воздушного потока вентилятора лопатки статора направляющего аппарата спускают вихри, среди которых вблизи корпуса (обшивки компрессора) могут доминировать ожерелья вихрей от крепления (necklace and/or casing separation vortices). Эти вихри проникают в первую ступень ротора и создают турбулентный входящий поток в зазоры венцов лопаток ротора с корпусом (пограничный слой) [5]. Первая, вторая и третья стадии перехода ламинарный–турбулентный поток определенно обходятся при интенсивности турбулентности свободного аксиального потока $Tu > 1\%$, когда внешний турбулентный поток переносится непосредственно в пограничный слой венцов лопаток [4]. Перенос турбулентности (bypass transition) может возникать из-за шероховатости внутренней поверхности корпуса, где возмущения создаются стенками, а не турбулентностью входящего свободного потока [4]. Далее приведем анализ флюктуации давления турбулентного воздушного потока и возможность реламинаризации турбулентного потока при его ускорении. Поэтому флаттер лопаток исследуется при неизвестных ускорениях ротора аксиального турбокомпрессора.

2. Анализ флюктуаций давления турбулентного воздушного потока. Анализ флюктуации давления турбулентного воздушного потока основан на характеристиках поля по-

тока, полученных в результате усреднения Рейнольдса по ансамблю. Для потока в аксиальном турбокомпрессоре усреднение Рейнольдса по ансамблю дается средними мгновенных скалярных и векторных полей в моменты времени, которые отличаются на последовательные периоды вращения ротора [6–7]. Усреднение Рейнольдса по ансамблю дает детерминированную (когерентную) нестационарную плотность потока

$$\langle \rho(z, r, \varphi, t) \rangle = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \rho[z, r, \varphi, t + T_R(m-1)], \quad (3)$$

где $\{z, r, \varphi\}$ – цилиндрические координаты, T_R – период вращения ротора, $t = [0, kT_R]$, k – целое.

Для компонент $v_\alpha(z, r, \varphi, t)$, $\alpha = \{z, r, \varphi\}$ (φ – угол вдоль окружности ротора) мгновенного поля скоростей, используется взвешенное плотностью усредненное по ансамблю поле (усреднение Фавра)

$$\begin{aligned} \langle v_\alpha(z, r, \varphi, t) \rangle &= \langle \rho(z, r, \varphi, t) \rangle^{-1} \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \rho[z, r, \varphi, t + T_R(m-1)] \times \\ &\times v_\alpha[z, r, \varphi, t + T_R(m-1)], \quad \alpha = \{z, r, \varphi\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $t = [0, kT_R]$, k – целое.

Мгновенное поле скоростей потока декомпозируется на детерминированное (когерентное) (4) и случайное (флуктуирующее) поле скоростей

$$v_\alpha(z, r, \varphi, t) = \langle v_\alpha(z, r, \varphi, t) \rangle + \xi_\alpha(z, r, \varphi, t), \quad \alpha = \{z, r, \varphi\}. \quad (5)$$

Из (5) следует, что $\langle \xi_\alpha(z, r, \varphi, t) \rangle = 0$, $\alpha = \{z, r, \varphi\}$. Усреднения Рейнольдса по ансамблю к уравнениям Навье–Стокса представлено в [6–7], а нелинейное уравнение для аксиального момента имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \rho \rangle \langle v_z \rangle}{\partial t} + \frac{\partial (\langle \rho \rangle \langle v_z \rangle \langle v_z \rangle + \langle p \rangle)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \langle \rho \rangle \langle v_r \rangle \langle v_z \rangle}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \langle \rho \rangle \langle v_\varphi \rangle \langle v_z \rangle}{\partial \varphi} = \\ = \frac{\partial (\langle \tau_{zz} \rangle - \langle \rho \xi_z \xi_z \rangle)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r (\langle \tau_{rz} \rangle - \langle \rho \xi_r \xi_z \rangle)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\langle \tau_{\varphi z} \rangle - \langle \rho \xi_\varphi \xi_z \rangle)}{\partial \varphi}. \end{aligned} \quad (6)$$

Дополнительные члены в усредненных по ансамблю уравнениях Навье–Стокса (6) – это напряжения Рейнольдса $R_{\alpha\beta} = \langle \rho \xi_\alpha \xi_\beta \rangle$, $\alpha, \beta = \{z, r, \varphi\}$ в форме корреляций случайных полей скоростей потока из (5). Диагональные компоненты $R_{\alpha\alpha} = \langle \rho \xi_\alpha^2 \rangle$, $\alpha = \{z, r, \varphi\}$ называются нормальными напряжениями, а недиагональные компоненты $R_{\alpha\beta} = \langle \rho \xi_\alpha \xi_\beta \rangle$, $\alpha \neq \beta$ – сдвиговыми напряжениями (shear stresses). Тurbулентная кинетическая энергия является половиной следа тензора напряжений Рейнольдса $k = (1/2)\langle \rho \xi \cdot \xi \rangle$. Если турбулентные флуктуации (5) возрастают, то напряжения Рейнольдса также возрастают.

Уравнение (6) для усредненных по ансамблю компонент мгновенного поля скоростей потока представляет нелинейную реакцию поля скоростей потока на колебания на его границах (например, изгибные колебания поверхностей лопаток ротора). При одиночестотном колебании лопаток $u = A_x \sin(2\pi f_B t)$ временная зависимость детерминированных (когерентных) z - и φ -компонент поля скоростей потока (2) представляется рядом Фурье

$$\begin{aligned} \langle v_z \rangle &\propto A_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{z1}) + A_2 \sin(4\pi f_B t + \theta_{z2}) + \dots + \\ + \langle v_\varphi \rangle &\propto B_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{\varphi 1}) + B_2 \sin(4\pi f_B t + \theta_{\varphi 2}) + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

В (7) члены с первой гармоникой описывают усредненную по ансамблю (4) линейную реакцию потока

$$\langle v_z \rangle \propto A_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{z1}), \quad \langle v_\varphi \rangle \propto B_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{\varphi 1})$$

с частотой колебаний лопаток. В системе координат, связанной с ротором, аналогичная (1) формула для усредненного по ансамблю распределения давления потока воздуха имеет вид

$$\langle p^R(t, \phi) \rangle = \sum_{m=-N_b+1}^{N_b-1} p_m \exp(j2\pi f_B t) \exp(jm\phi). \quad (8)$$

Переход в систему отсчета, связанную со статором аксиального турбокомпрессора (неподвижными направляющими лопатками), соответствует преобразованию $\phi \rightarrow \phi + 2\pi f_R t$ (f_R – частота вращения ротора) в (8). Поэтому частота f_{mD} акустической с m узловыми диаметрами моды флюктуации давления воздушного потока определяется формулой

$$f_{mD} = f_B + m f_R. \quad (9)$$

По методу гармонического баланса члены со второй гармоникой в (7) производятся рассматриваемыми в (6) как возмущения нелинейными членами $\langle \rho \rangle \langle v_\alpha \rangle \langle v_\beta \rangle$, $\alpha, \beta = \{z, r, \phi\}$ в виде

$$\begin{aligned} \langle v_z \rangle \langle v_\phi \rangle &\propto A_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{z1}) B_1 \sin(2\pi f_B t + \theta_{\phi1}) + \dots = \\ &= \frac{A_1 A_2}{2} (\cos(\theta_{z1} - \theta_{\phi1}) - \cos[4\pi f_B t + \theta_{z1} + \theta_{\phi1}]). \end{aligned}$$

В случае одночастотного неустойчивого изгибного флаттера лопаток ротора вторая гармоника изгибной частоты лопаток $\approx 2f_B$ появляется в спектре частот флюктуации давления воздушного потока [7]. Если флюктуации давления воздушного потока в исследуемом аксиальном турбокомпрессоре сильно турбулентные, то изгибный флаттер лопаток ротора становится неустойчивым [8]. Сильная турбулентность воздушного потока в аксиальном турбокомпрессоре приводит к неустойчивому флаттеру лопаток ротора.

Усредненное по ансамблю периодическое возбуждение вращающихся лопаток ротора посредством аэродинамических следов лопаток статора направляющего аппарата имеет частоту

$$f_n = n f_R, \quad (10)$$

где максимум $n = \langle N_S \rangle$ – число лопаток статора (в этом случае возбуждение высокочастотное), но в действительности $n = \langle N_W \rangle$ – усредненное по ансамблю число аэродинамических следов, т.е. число узлов кругового возбуждения стационарного аксиального воздушного потока [8].

Формулировка дополнительных уравнений, чтобы получить решаемый набор уравнения Навье–Стокса, подобных (6), называется моделированием замыкания [9]. Когда целью является предсказание неоднородного потока, например, в сложной геометрии аксиальных турбокомпрессоров, требуются полуэмпирические формулировки для предсказания напряжений Рейнольдса $R_{\alpha\beta} = \langle \rho \xi_\alpha \xi_\beta \rangle$, $\alpha, \beta = \{z, r, \phi\}$. В настоящей статье используется модель турбулентной вязкости (eddy viscosity model). Например, напряжения Рейнольдса явно связываются со средним потоком посредством определяющего уравнения Ньютона с турбулентной вязкостью

$$\langle \rho \xi_\alpha \xi_\beta \rangle = -2v_t R_{\alpha\beta} + \frac{2}{3} k \delta_{\alpha\beta}. \quad (11)$$

Термин полуэмпирическая означает, что модель получается из комбинации теоретического анализа упрощенных моделей и экспериментальных данных.

3. Реламинаризация турбулентного потока воздуха. В практике аксиальных турбокомпрессоров картина воздушного потока в пограничном слое вблизи стенок корпуса включает: ламинарный, переходный и турбулентный потоки; кроме этого разделен-

ные потоки часто существуют в пограничном слое вблизи стенок (прерывистость турбулентности – turbulence intermittency) [9–11]. Переход от турбулентного к ламинарному потоку, связанный с изменением профиля скоростей вблизи стенок, возможен, если поток сильно ускоряется и называется реламинаризацией [9, 10]. Ускорение потока на венце лопаток большинства роторов достаточно велико, чтобы вызвать реламинаризацию аксиального воздушного потока [4]. Вихри, распространяющиеся вдоль аксиального потока и связанные с турбулентностью пограничного слоя (рис. 1), становятся сильно растянутыми в результате ускорения и диссипации завихренности через вязкие эффекты. Таким образом, реламинаризация включает баланс между конвекцией, производством и диссипацией турбулентной кинетической энергии в пограничном слое. Не так много экспериментальных данных о реламинаризации граничного слоя аксиального воздушного потока в турбокомпрессорах. Известно, что она происходит, когда параметр ускорения

$$K = \frac{v}{\nu_z^2} \frac{d\nu_z}{dz}, \quad (12)$$

представляющий эффект ускорения свободного аксиального воздушного потока в пограничном слое (где ν_z – аксиальная скорость, а v – кинематическая вязкость), велик, т.е. $K \geq 3 \cdot 10^{-6}$ [4]. Кроме этого, для реламинаризованного пограничного слоя возможен переход назад к турбулентному воздушному потоку, если ускорение потока становится достаточно малым, т.е. в (12) $K < 3 \cdot 10^{-6}$. Таким образом, реламинаризация является обратимым переходом.

Основанные на корреляциях усредненные по ансамблю уравнения Навье–Стокса, подобные (6), используются для вывода модели турбулентности из двух уравнений: уравнений переноса для турбулентной кинетической энергии k в (11) и диссипации турбулентности ϵ (k – ϵ модель напряжений Рейнольдса) [12]. Временной масштаб турбулентности $\tau = k/\epsilon$ определяет обратный временной масштаб $\omega = \epsilon/k$ (частота турбулентности) k – ω модель [12]. Трудно описать все возможные переходы для воздушных потоков в граничных слоях аксиальных турбокомпрессоров двумя уравнениями переноса. Подход для предсказания переходов, который принят в индустрии турбокомпрессоров, состоит в использовании экспериментальных корреляций [12–13]. Эти экспериментальные корреляции связывают интенсивность турбулентности Tu свободного аксиального воздушного потока с числом Рейнольдса толщины потери импульса (momentum thickness Reynolds number) Re_{θ_t} (θ_t – толщины потери импульса турбулентности). В комбинации с локальными уравнениями переноса эти эмпирические корреляции успешно используются в трехмерном структурированном программном коде Навье–Стокса ANSYS CFX-16.0 и дают согласующиеся с экспериментом результаты [14]. Центральным параметром, которым оперирует эта модель, является прерывистость (intermittency) $\gamma(x, t)$. Она показывает, является ли поток турбулентным в точке пространства x в момент времени t

$$\gamma(x, t) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in \Omega_t, \\ 0, & \text{если } x \notin \Omega_t, \end{cases}$$

где Ω_t – область турбулентности в момент t . Усредненная по ансамблю прерывистость турбулентности $\langle \gamma(x, t) \rangle$ является вероятностью того, что точка $x \in \Omega_t$ в момент времени t , и определяется подобно (3) [11–13]. Модель переходов $\gamma - Re_{\theta_t}$ основана на уравнении переноса для прерывистости $\langle \gamma(x, t) \rangle$, которое локально содействует переходам для турбулентности [12–13]. Второе уравнение переноса формулируется для усредненного по ансамблю числа Рейнольдса толщины потери импульса $\langle Re_{\theta_t} \rangle$. Оно требуется, чтобы учесть нелокальное влияние интенсивности турбулентности, которое меняется из-за затухания турбулентной кинетической энергии в свободном аксиальном потоке,

а также изменения в скорости свободного аксиального потока за пределами граничного слоя. Уравнение переноса прерывистости турбулентности имеет вид

$$\frac{\partial(\langle \rho \rangle \langle \gamma \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial(\langle \rho \rangle \langle v_\alpha \rangle \langle \gamma \rangle)}{\partial x_\alpha} = P_\gamma + E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \langle \gamma \rangle}{\partial x_\alpha} \right), \quad (13)$$

где μ — вязкость, μ_t — турбулентная вязкость, σ_f — напряжение Рейнольдса трения, источник переходов P_γ , определенный в [12, 13], зависит от магнитуды скорости деформации и эмпирической корреляции, контролирующей длину области перехода.

Разрушающий или реламинаризующий источник определяется как $E_\gamma = c_{a2}\rho\Omega F_{turb}(c_{es}\gamma - 1)$, где c_{a2}, c_{es} — константы; Ω — магнитуда завихренности; F_{turb} определяется как $F_{turb} = \exp(-R_s/4)^2$ и используется для исключения источника деструкции/реламинаризации за пределами ламинарного граничного слоя. В (13) член E_γ действует как сток и гарантирует, что прерывистость $\langle \gamma(x, t) \rangle \approx 0$ в ламинарном граничном слое. Это дает возможность модели предсказать реламинаризацию, поскольку прерывистость турбулентности способна вернуться к $\langle \gamma(x, t) \rangle = 0$. Для уравнения γ -переноса (13) граничное условие на стенке корпуса — это нулевой нормальный поток. Входное значение $\langle \gamma(x, t) \rangle = 1$ определяет полную турбулентность.

Второе уравнение переноса связывает эмпирические корреляции с критерием начала перехода в уравнении γ -переноса (13). Уравнение переноса усредненного по ансамблю числа Рейнольдса толщины потери импульса для начала перехода с эффективной вязкостью $(\mu + \mu_t)$ имеет вид

$$\frac{\partial(\langle \rho \rangle \langle Re_{\theta_l} \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial(\langle \rho \rangle \langle v_\alpha \rangle \langle Re_{\theta_l} \rangle)}{\partial x_\alpha} = P_{\theta_l} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\sigma_{\theta_l} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \langle Re_{\theta_l} \rangle}{\partial x_\alpha} \right). \quad (14)$$

За пределами граничного слоя источник P_{θ_l} (14) проектируется так, чтобы обеспечить совпадение переносимого скаляра $\langle Re_{\theta_l} \rangle$ с локальным значением $\langle Re_{\theta_l} \rangle$, вычисленным из эмпирической корреляции [12, 13]. Для уравнения Re_{θ_l} -переноса (14) граничным условием на стенке корпуса является нулевой поток. Граничное условие на входе должно вычисляться из эмпирической корреляции, основанной на входной турбулентности. В [14] тестовые случаи из практики турбокомпрессоров используются, чтобы проверить модель переходов (13), (14) (они включают компрессор низкого давления и компрессор высокого давления). Также в [14] исследуется тестовый случай реламинаризации, когда сильный градиент скорости потока способен реламинаризовать турбулентный граничный слой.

Как показано в п. 2, развитая турбулентность аксиального воздушного потока обеспечивает неустойчивый флаттер лопаток ротора. Если условием возникновения флаттера лопаток ротора является переход ламинарного воздушного потока в турбулентный в пристеночном пограничном слое (т.е. в зазоре венцов лопаток ротора), то флаттер должен исчезнуть при реламинаризации воздушного потока в этом пограничном слое, например, при его внезапном ускорении, создающем градиент скорости аксиального потока.

4. Исследование флаттера лопаток при внезапном ускорении ротора. На рис. 2 показана временная зависимость частоты вращения ротора аксиального турбокомпрессора. Исследуется зависимость от времени демпфирования и частот на основе записей колебаний лопаток 1-й ступени ротора и флуктуации давления потока у 1-й ступени ротора при флаттере. В качестве метода спектрального анализа используются метод Фурье и метод Прони [15]. Полученные по методу Фурье амплитудно-частотные характеристики записей колебаний лопаток первой ступени ротора имеют пик на частоте ≈ 230 Гц. Амплитудно-частотная характеристика флуктуации давления потока у 1-й ступени ротора имеет пик на частоте ≈ 750 Гц. Поскольку частота вращения ротора ≈ 140 Гц, то из (9) следует, что в исследуемом аксиальном турбокомпрессоре при флаттере лопаток ротора возбуждается акустическая диаметральная мода четвертого порядка.

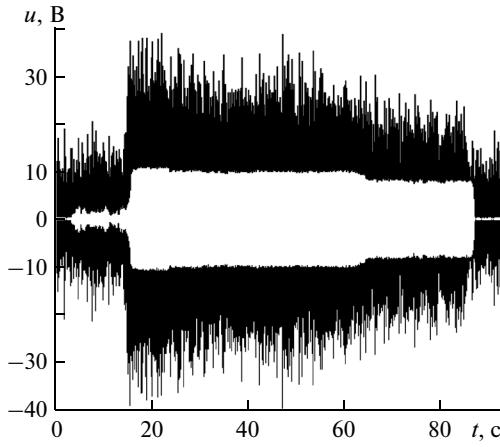


Рис. 3

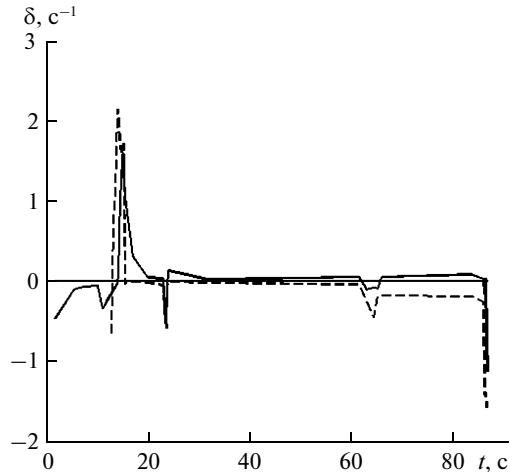


Рис. 4

Рис. 3. Наложение отфильтрованной записи колебаний 15-й лопатки на отфильтрованную запись флюктуации давления потока.

Рис. 4. Временная задержка между ростом демпфирования 15-й лопатки (сплошная линия) и флюктуации давления потока (штриховая линия)

На рис. 3 черным цветом показана отфильтрованная на частоте 750 Гц запись флюктуаций давления потока, а белым показана отфильтрованная на частоте 230 Гц запись колебаний 15-й лопатки первой ступени ротора. Наступлению флаттера лопаток с частотой 230 Гц при $t \approx 18$ с предшествует резонанс на той же частоте. Из рис. 3 видно, что амплитуда флаттера падает в моменты внезапных ускорений вращения ротора (рис. 2). Спектральный анализ по методу Прони записей колебаний лопаток первой ступени ротора показывает, что с точностью до используемого минимального сдвига времени окна на 0,185 с неустойчивость колебаний лопаток наступает одновременно.

На рис. 4 видно, что при отмеченной точности неустойчивость колебаний лопаток наступает на 1,11 с позже неустойчивости флюктуации давления потока (который оказывается более жестким). Таким образом, временная задержка коллективных колебаний лопаток первой ступени ротора равна $1,110 \pm 0,185$ с (рис. 4).

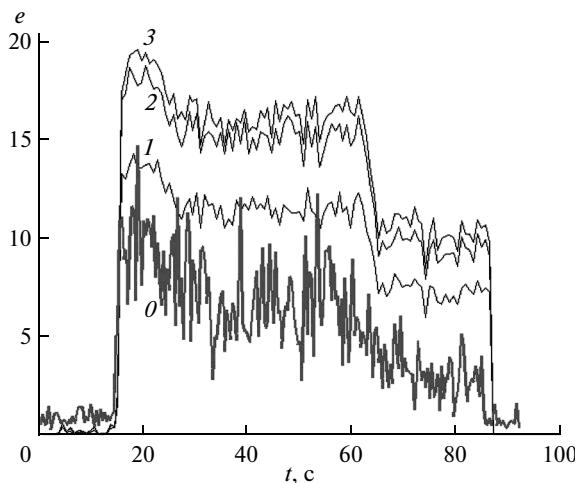


Рис. 5. Кратковременная энергия: 0 – флюктуации давления потока (нижняя кривая); 1 – колебаний лопатки 10; 2 – колебаний лопатки 14; 3 – колебаний лопатки 15

Для определения кратковременной энергии каждого из временных рядов u_i , где $i = 1, 2$ (рис. 3), используется оценка

$$e_i[k] = \sum_{j=k-n-1}^{k-1} (w[k-j]u[j])^2, \quad k = \overline{1, N}, \quad i = \overline{1, 3}, \quad (15)$$

где оконная функция Хана

$$w[j] = \left(1 - \left(\cos\left(\frac{\pi(j-1)}{L}\right)\right)^2\right), \quad j = \overline{1, (L+1)}. \quad (16)$$

Для наглядности результатов кратковременная энергия (15) часто нормируется параметром L длины окна (16). На рис. 5 энергия флаттера лопаток падает в моменты внезапных ускорений ротора (рис. 2) вслед за (опережающим) падением энергии флюктуаций давления воздушного потока. Это доказывает, что флаттер лопаток подавляется при внезапных ускорениях ротора в результате уменьшения интенсивности турбулентности аксиального воздушного потока у венцов лопаток ротора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакшин О.Б., Кухаренко Б.Г., Пайч Д. Нелинейные акустические диаметральные моды пульсаций давления потока при флаттере лопаток ротора турбокомпрессора // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014. № 4. С. 21–27.
2. Srinivasan A.V. Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades. An IGT1 scholar paper // Proceedings of International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition, June 2–June 5, 1997. Orlando, Florida: ASME. 1997. P. 1–36.
3. Ганиев Р.Ф., Балакшин О.Б., Кухаренко Б.Г. Бифуркация резонанса при флаттере лопаток ротора турбокомпрессора // Докл. АН. 2012. Т. 444. № 1. С. 35–37.
4. Mayle R.E. The role of laminar-turbulent transition in gas turbine engines // Journal of Turbomachinery. 1991. V. 113. P. 509–537.
5. Ma R., Saha N., Devenport W. Unsteady behavior of tip leakage vortex produced by simulated stator/rotor interaction // Proceedings of AIAA Fluids 2000. Denver, Colorado, 19–22 June 2000. AIAA 2000-2217.
6. Adamczyk J.J. Aerodynamic analysis of multistage turbomachinery flows in support of aerodynamic design // ASME Journal of Turbomachinery. 2000. V. 122. № 2. P. 189–217.
7. Ганиев Р.О., Балакшин О.Б., Кухаренко Б.Г. Нелинейность потока при флаттере лопаток ротора турбокомпрессора // Докл. АН. 2013. Т. 451. № 2. С. 156–159.
8. Балакшин О.Б., Кухаренко Б.Г. Возникновение и развитие флаттера лопаток ротора аксиального турбокомпрессора // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2015. № 2.
9. Narasimha R., Sreenivasan K.R. Relaminarization of fluid flows // Advance of Applied Mechanics. 1979. V. 19. P. 221–301.
10. Patel V.C., Head M.R. Reversion of turbulent to laminar flow // Journal of Fluid Mechanics. 1968. V. 34. Part 2. P. 371–392.
11. Schobeiri M.T. Turbomachinery Flow Physics and Dynamic Performance. 2nd edition. New York, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag. 2012.
12. Menter F.R., Langtry R.B., Likki S.R. et al. A correlation-based transition modeling using local variables. Part 1: Model formulation // Journal of Turbomachinery. 2006. V. 128. № 3. P. 413–422.
13. Menter F.R., Langtry R.B., Likki S.R. et al. A correlation-based transition modeling using local variables. Part 2: Test cases and industrial applications // Journal of Turbomachinery. 2006. V. 128. № 3. P. 423–434.
14. Menter F.R., Langtry R.B. Transition modeling for turbomachinery flow / M.S. Genz, ed. Low Reynolds Aerodynamics and Transition. Rijeka, Croatia: Intech, 2012. P. 31–58.
15. Балакшин О.Б., Кухаренко Б.Г. Спектральный анализ флаттера лопаток турбокомпрессора // Докл. АН. 2007. Т. 417. № 5. С. 627–630.